

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ИНТЕРВАЛЬНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ СКОРОСТИ ОТЦЕПОВ НА ГОРКАХ

БОБРОВСКИЙ В.И., КОЗАЧЕНКО Д.Н.

Разработана модель интервального регулирования скорости отцепов на горках для решения задачи оптимизации режимов торможения

Розроблена модель інтервального регулювання швидкості відцепів на гірках для вирішення задачі оптимізації режимів гальмування

The model of interval control of the cut's speed on the humps for the solution of the optimization task of braking is designed

Задачей интервального регулирования роспуска составов на горках является обеспечение надежного разделения скатывающихся отцепов на стрелках. Эта цель ставится как при проектировании сортировочных горок, так и при разработке алгоритмов управления процессом роспуска составов.

В научных работах, касающихся проблемы выбора режимов интервального регулирования (см., например, [1-3]), поиск режимов торможения отцепов осуществлялся в ограниченной области, что не позволило в полной мере решить задачу их оптимизации. Поэтому в данной статье поставлена задача исследования области допустимых режимов (ОДР) торможения отцепов на горках и построения модели интервального регулирования скорости отдельного отцепа для оптимизации условий его разделения на стрелках со смежными отцепами. Численные результаты исследований получены для сортировочной горки с тремя тормозными позициями (ВТП, СТП, ПТП), конструкция которой приведена в [4].

Режим торможения скатывающегося отцепа можно представить вектором энергетических высот, погашаемых на n тормозных позициях горки:

$$\mathbf{h} = (H, H'', \dots, H^{(n)}), \quad (1)$$

При этом из n компонент вектора \mathbf{h} независимы только $n-1$, поскольку одна из них определяется из условия обеспечения заданной скорости отцепа в точке прицеливания. Исходя из (1), все множество возможных режимов торможения некоторого отцепа можно представить поверхностью в n -мерном пространстве. Как показали исследования, выполненные с помощью имитационного моделирования скатывания отцепов, на трехпозиционных горках ($n=3$) указанная поверхность достаточно близка к плоскости (например, для очень хорошего бегуна (ОХ) в зимних условиях среднее квадратическое отклонение отдельных точек от плоскости составляет 0,0033 м.э.в.).

Плоскость возможных режимов торможения (см. рис. 1) пересекает оси координат в точках $H_1=(h'_0, 0, 0)$, $H_2=(0, h''_0, 0)$, $H_3=(0, 0, h'''_0)$. Уравнение данной плоскости в отрезках имеет вид:

$$\frac{h'}{h'_0} + \frac{h''}{h''_0} + \frac{h'''}{h'''_0} = 1. \quad (2)$$

Величины h'_0, h''_0, h'''_0 представляют собой теоретические значения энергетической высоты, которую необходимо погасить на соответствующей тормозной позиции, чтобы обеспечить выполнение требований прицельного регулирования скорости отцепа при торможении его только этой позицией.

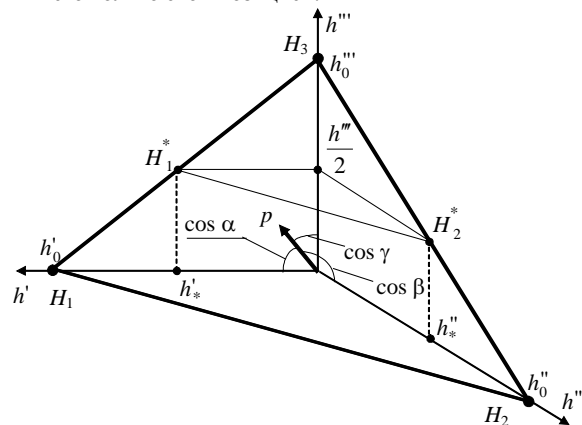


Рис. 1. Плоскость возможных режимов торможения отцепа.

Уравнение (2) можно представить в нормальной форме:

$$H' \cos \alpha + H'' \cos \beta + H''' \cos \gamma - p = 0, \quad p \geq 0, \quad (3)$$

где $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ - направляющие косинусы нормали;

p - расстояние от начала координат до плоскости.

Величины h'_0, h''_0, h'''_0 , а, следовательно, и расстояние p (3) существенно зависят от сопротивления отцепа и условий его скатывания (см. рис. 2); при этом величина p может служить мерой общей энергии, которую необходимо отобрать у отцепа, чтобы обеспечить ему допустимую скорость в точке прицеливания.

Как видно из рис. 2, зависимость величины p от основного сопротивления отцепа w_0 с ростом скорости встречного ветра V_w заметно увеличивается и становится существенно нелинейной. От этих же факторов зависят и величины направляющих косинусов в (3).

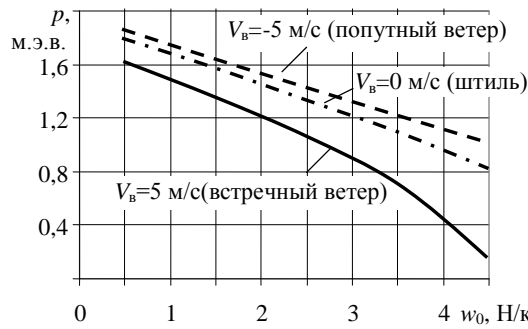


Рис. 2. Расстояние p от начала координат до плоскости возможных режимов торможения отцепа

ОДР представляет собой часть плоскости возможных режимов торможения, для всех точек которой выполняются ограничения (см. рис. 3, а)

$$h_{\min}^{(i)} \leq h^{(i)} \leq h_{\max}^{(i)}, \quad i=1, \dots, n.$$

Здесь $h_{\min}^{(i)}$ определяется максимальной допустимой скоростью входа отцепа на $(i+1)$ -ю тормозную позицию; величина $h_{\max}^{(i)}$ определяется минимальной скоростью выхода отцепа из i -й тормозной позиции и ее номинальной мощностью.

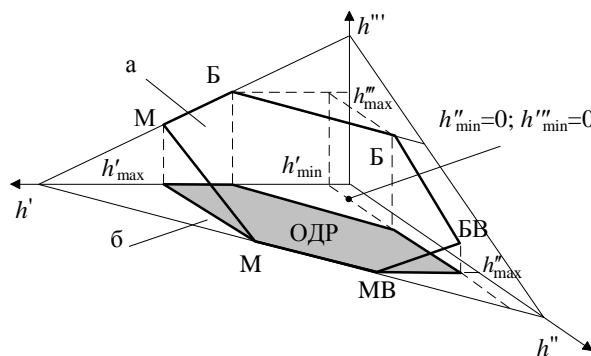


Рис. 3. Область допустимых режимов торможения ОХ: а) – в пространстве; б) – проекция на координатную плоскость $h'0h''$

Общая энергетическая высота $H = h' + h'' + h'''$, падаемая при торможении некоторого отцепа при постоянной скорости в расчетной точке, как следует из (2), является линейной функцией значений h', h'' :

$$H = b_0 + b_1 h' + b_2 h'', \quad (4)$$

$$\text{где } b_0 = h_0''', \quad b_1 = 1 - \frac{h_0'''}{h_0''}, \quad b_2 = 1 - \frac{h_0'''}{h_0'}$$

Минимальное H_{\min} и максимальное H_{\max} значения H (4) находятся, соответственно, в точках Б (быстрый режим) и М (медленный режим) (см. рис. 3). При этом разница $\Delta H = H_{\max} - H_{\min}$ составляет для ОХ в летних условиях 0,40 м.э.в. (12,8%), а в зимних - 0,57 м.э.в. (21,3%). Для отцепов с большим сопротивлением эта разница еще выше. Таким образом, выбор режима торможения отцепов ощутимо влияет на расход энергии, требующейся для регулирования скорости скатывания.

Учитывая, что для конкретного отцепа и условий скатывания величина h''' однозначно определяется из (2) по заданным h' и h'' , для анализа ОДР удобно использовать ее проекцию на координатную плоскость $h'0h''$. На

рис. 4 показана данная проекция для ОДР, приведенной на рис. 3, б; в дальнейшем под ОДР мы будем понимать именно эту проекцию.

В ОДР при любом значении h''' существует линейная зависимость между величинами h' и h''

$$h'' = kh' + b \quad (5)$$

В частности, для рассматриваемой горки при скатывании ОХ в зимних условиях при $h'''=0(\min)$ $h'' = -0,905h' + 3,037$, а при $h'''=1,2(\max)$ $h'' = -0,908h' + 1,461$. Эти две прямые соответствуют двум наклонным отрезкам границы ОДР (см. рис. 4).

Как показали исследования, коэффициент k в (5) по абсолютной величине минимален для ОП в зимних условиях ($|k_{\text{ОП}}|=0,844$) и максимален для ОХ в летних условиях ($|k_{\text{ОХ}}|=0,931$). При этом для всех отцепов $|k|<1,0$, вследствие чего можно сделать вывод о том, что эффективность их торможения на СТП выше, чем на ВТП. Этот факт объясняется тем, что при торможении отцепа на СТП его средняя скорость и, соответственно, работа сил сопротивления выше, чем при торможении на ВТП.

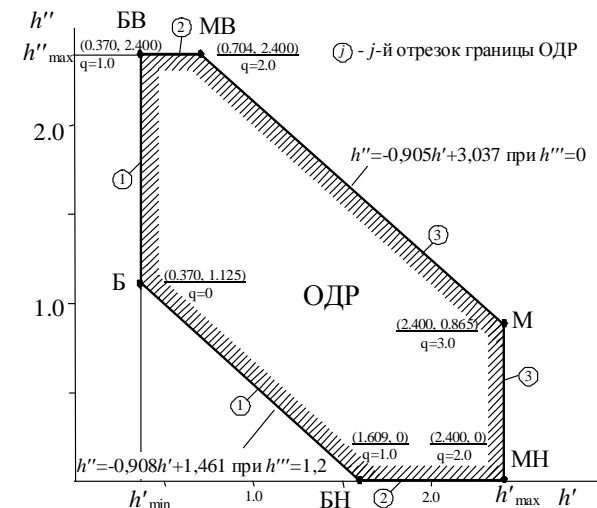


Рис. 4. Проекция ОДР на координатную плоскость $h'0h''$

При оптимизации интервального регулирования отпуска составов необходимо варьировать режим каждого отцепа. При этом обычно приходится многократно моделировать скатывание отцепа для определения зависимой компоненты $h^{(i)}$ вектора режимов торможения \mathbf{h} (1) итерационным методом. Поэтому с целью ускорения решения задачи оптимизации для определения зависимой величины $h^{(i)}$ целесообразно использовать уравнение плоскости ОДР (2). В этой связи далее рассматривается методика получения указанного уравнения для отдельного отцепа.

Для определения коэффициентов уравнения (2) достаточно выполнить моделирование скатывания отцепа при трех различных режимах торможения (т.е. найти три точки на плоскости ОДР). Для этой цели было бы удобно использовать точки H_1, H_2, H_3 (см. рис. 1). Однако режимы $(h_0', 0, 0)$ и $(0, h_0'', 0)$ практически реализовать невозможно из-за преждевременной остановки отцепа на соответствующих тормозных позициях при таких больших значениях h' и h'' . В этой связи целесообразно использовать точки (режимы) $H_1^* = (h_0', 0, h_0'''/2)$,

$H_2^* = (0, h_2^*, h_0^*/2)$ и $H_3 = (0, 0, h_0^*)$, которые также находятся на координатных осях (см. рис. 1); при этом уравнение (2) примет вид

$$\frac{h'}{2h_2^*} + \frac{h''}{2h_2^*} + \frac{h'''}{h_0^*} = 1,$$

поскольку $h_0^* = 2h_2^*$ и $h_0^* = 2h_2^*$.

Полученное таким образом уравнение (1) для ОХ в зимних условиях при скорости в расчетной точке ($S=380$ м) 1,5 м/с имеет вид:

$$\frac{h'}{3,3094} + \frac{h''}{3,0067} + \frac{h'''}{2,3357} = 1 \quad (6)$$

Для построения ОДР необходимо найти режимы (h'_i, h''_i, h'''_i), соответствующие ее угловым точкам (см. рис. 4). При этом, для удобства целесообразно воспользоваться табл. 1, строки которой соответствуют угловым точкам ОДР. В этой таблице в каждой строке два значения $h^{(i)}$ заданы, а третье (отмечено *) нужно определить либо с помощью уравнения (2), либо методом моделирования скатывания отцепа.

Таблица 1

Режимы торможения, соответствующие угловым точкам ОДР

Точка	h'	h''	h'''	q
Б	h'_{\min}	*	h'''_{\max}	0
БН	*	h''_{\min}	h'''_{\max}	1
БВ	h'_{\min}	h''_{\max}	*	1
МВ	*	h''_{\max}	h'''_{\min}	2
МН	h'_{\max}	h''_{\min}	*	2
М	h'_{\max}	*	h'''_{\min}	3

Следует заметить, что конфигурация и площадь ОДР существенно зависят от параметров отцепа и условий его скатывания. ОДР для ОХ ($w_0=0,5$ Н/кН) представляет собой шестиугольник (см. рис. 4). По мере роста сопротивления движению отцепа некоторые смежные угловые точки ОДР (соответствующие строки в табл. 1 отмечены скобками) объединяются и тогда им соответствуют одинаковые режимы $\mathbf{h} = (h', h'', h''')$. При этом вначале объединяются точки БВ и МВ (при $w_0 \geq 1,53$ Н/кН, рис 5, а), затем точки М и МН (при $w_0 \geq 2,60$ Н/кН, рис. 5, б), и, наконец, точки Б и БН, так что ОДР превращается в прямоугольный треугольник (при $w_0 \geq 4,42$ Н/кН, рис. 5, в). При $w_0 \geq 7,96$ Н/кН ОДР вырождается в точку, находящуюся в начале координат ($h'=0, h''=0, h'''=0$, см. рис. 5, г). Следует заметить, что критические значения w_0 зависят от параметров и условий скатывания отцепа; приведенные значения были получены для отцепа массой 85 т в зимних условиях.

В случае объединения угловых точек ОДР неизвестные величины $h^{(i)}$ (см. табл. 1), вычисленные с помощью уравнения (2), принимают отрицательные значения. В таких случаях эти значения $h^{(i)}$ следует принять равными нулю и после этого найти с помощью (2) новые (уменьшенные) значения величин $h^{(i)}$.

Пользуясь разработанной методикой, были найдены режимы торможения для ОХ в зимних условиях, соответствующие угловым точкам ОДР (см. табл. 2).

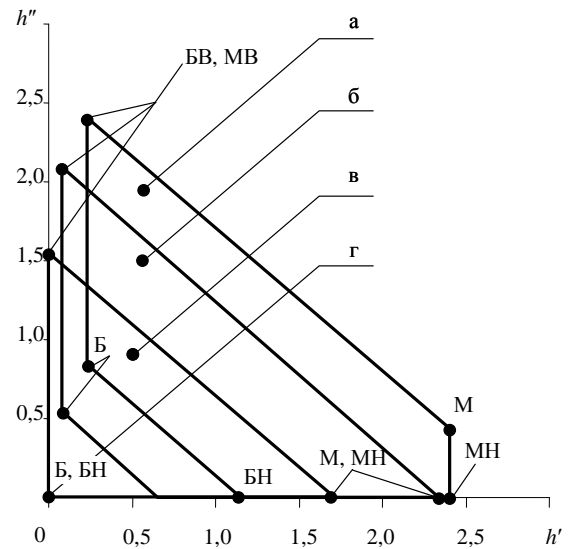


Рис. 5 Конфигурация ОДР для отцепов с критическими значениями w_0 : а) $w_0=1,53$ Н/кН; б) $w_0=2,60$ Н/кН; в) $w_0=4,12$ Н/кН; г) $w_0=7,96$ Н/кН

Таблица 2

Режимы торможения ОХ в угловых точках ОДР

Точка	$h', \text{ м.э.в.}$	$h'', \text{ м.э.в.}$	$h''', \text{ м.э.в.}$
Б	0,370	1,125	1,200
БН	1,609	0	1,200
БВ	0,370	2,400	0,223
МВ	0,704	2,400	0
МН	2,400	0	0,650
М	2,400	0,865	0

Данные табл. 2 были использованы для анализа точности уравнения (6), полученного по трем точкам на координатных осях. С этой целью по данным табл. 2 были вычислены значения \tilde{h}'''_i с помощью (6) и выполнено их сравнение с величинами h'''_i в табл. 2. Оказалось, что средняя квадратическая ошибка уравнения (6) составляет $\sigma=0,017$ м.э.в., а максимальная – $|\Delta_{\max}|=0,030$ м.э.в. (точка М).

Для сравнения коэффициенты уравнения (2) были получены по шести угловым точкам ОДР, приведенным в табл. 2, методом наименьших квадратов. Оказалось, что новое уравнение на порядок точнее уравнения (6) ($\sigma=0,0033$ м.э.в., $|\Delta_{\max}|=0,0045$ м.э.в.).

Как будет показано далее, оптимальный режим торможения отцепа всегда находится между точками Б и М либо на нижнем, либо на верхнем участках границы ОДР. В этой связи целесообразно получать уравнение (2) по 4-м угловым точкам соответствующего участка границы ОДР: нижнего (точки Б, БН, МН и М) или верхнего (точки Б, БВ, МВ и М). В этом случае уменьшается трудоемкость получения уравнения (2) и увеличивается его точность (по данным табл. 2 было установлено, что для нижнего участка границы ОДР $\sigma=0,0020$ м.э.в., $|\Delta_{\max}|=0,0028$ м.э.в. (точка МН), для верхнего – $\sigma=0,0022$ м.э.в., $|\Delta_{\max}|=0,0031$ м.э.в. (точка М)).

Еще проще получить уравнение (2) по 3-м угловым точкам ОДР, используя методы аналитической геометрии. В этом случае погрешность будет лишь в четвертой угловой точке участка границы ОДР, которая не использовалась для получения уравнения. Как показали иссле-

дования, указанная ошибка минимальна, если при этом выбрать точки Б и М, а также точку БН для нижнего и точку МВ для верхнего участков ОДР; эта ошибка составляет, соответственно, $|\Delta_{\text{МН}}|=0,0059$ м.э.в. и $|\Delta_{\text{БВ}}|=0,0063$ м.э.в.

Таким образом, в зависимости от требуемой точности решения, может быть рекомендовано построение плоскости ОДР по 3-м или 4-м ее угловым точкам. В случае сокращения числа угловых точек ОДР на нужном участке ее границы, уравнение строится по трем оставшимся точкам. И, наконец, если ОДР имеет всего три угловых точки, то по ним и находится уравнение, единое для обеих участков границы.

Разработанная методика позволяет автоматизировать построение ОДР с помощью имитационного моделирования скатывания отцепов с горки.

Очевидно, что существование ОДР для некоторого отцепта свидетельствует о наличии бесчисленного множества режимов скатывания, отличающихся временем его движения и, следовательно, условиями разделения со смежными отцепами на разделительных элементах. По существу ОДР устанавливает ограничения в задаче оптимизации режимов торможения отцепов.

Для поиска оптимального режима торможения некоторого отцепта необходимо рассмотреть условия его разделения с двумя смежными отцепами. Эти условия для элементарной группы из трех отцепов состава характеризуются интервалами δt между ними на разделительных элементах

$$\left. \begin{aligned} \delta t_{i-1} &= t_{0(i-1)} + t_i^{(\sigma_{i-1})}(h', h'') - \tau_{i-1}^{(\sigma_{i-1})} \\ \delta t_i &= t_{0i} + t_{i+1}^{(\sigma_i)} - \tau_i^{(\sigma_i)}(h', h'') \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $t_{0(i-1)}$, t_{0i} - начальные интервалы, соответственно, между $(i-1)$ -м и i -м, а также i -м и $(i+1)$ -м отцепами на вершине горки;

$t_i^{(\sigma_{i-1})}(h', h'')$, $\tau_i^{(\sigma_i)}(h', h'')$ - время скатывания i -го отцепта, соответственно, до стрелки σ_{i-1} разделения с $(i-1)$ -м и за стрелку σ_i разделения с $(i+1)$ -м отцепами;

$\tau_{i-1}^{(\sigma_{i-1})}$ - время скатывания $(i-1)$ -го отцепта за стрелку σ_{i-1} разделения с i -м отцепом;

$t_{i+1}^{(\sigma_i)}$ - время скатывания $(i+1)$ -го отцепта до стрелки σ_i разделения с i -м отцепом.

Для построения модели интервального регулирования i -го отцепта принято, что режимы торможения смежных с ним $(i-1)$ -го и $(i+1)$ -го отцепов и, соответственно, значения τ_{i-1} и t_{i+1} , известны. Тогда оптимальным для i -го отцепта является такой режим (h', h'') , при котором меньший из интервалов δt_{i-1} , δt_i обращается в максимум [1]:

$$\min(\delta t_{i-1}, \delta t_i) \rightarrow \max \quad (8)$$

Если интервалы δt_{i-1} , δt_i имеют общую область варьирования, то решением задачи оптимизации (6) является такой режим (h', h'') , при котором достигается равенство $\delta t_{i-1} = \delta t_i$. Как показали исследования, в ОДР существует бесчисленное множество пар значений (h', h'') , при которых выполняется условие $\delta t_{i-1} = \delta t_i = \delta t$. Для примера на рис. 6 приведены результаты решения задачи оптимизации режимов ОХ в элементарной группе ОП-ОХ-ОП. На этом рисунке показаны линии u_1-v_1 и u_2-v_2 , множество точек которых определяет такие режимы. Следует заметить, что величина интервала δt на этих линиях не остается постоянной, а монотонно возрастает при движении от u к v и достигает максимума

на границе ОДР. При этом, если $\sigma_{i-1} \leq \sigma_i$, то режим, при котором δt достигает максимума, находится на нижнем участке границы ОДР (точка v_1 , рис. 6, а), а в противном случае ($\sigma_{i-1} > \sigma_i$) - на верхнем участке (точка v_2 , рис. 6, б). Соответствующие графики зависимостей равных интервалов $\delta t=f(h')$ для двух различных комбинаций разделительных стрелок ($\sigma_{i-1} < \sigma_i$ и $\sigma_{i-1} > \sigma_i$) приведены, соответственно, на рис 7, а и б.

Таким образом, в результате выполненных исследований был сделан вывод о том, что в элементарной группе из трех отцепов оптимальный режим торможения среднего отцепта всегда находится на границе ОДР между точками Б и М (на ее нижнем участке, если $\sigma_{i-1} \leq \sigma_i$, и на верхнем, если $\sigma_{i-1} > \sigma_i$). При этом обеспечиваются максимальные и равные интервалы между смежными отцепами на разделительных элементах. Если же интервалы δt_{i-1} , δt_i не имеют общей области варьирования ($\delta t_{i-1} \gg \delta t_i$ или $\delta t_{i-1} \ll \delta t_i$) и в ОДР не может быть достигнуто их равенство, то, в соответствии с (8), оптимальными будут быстрый (точка Б) при $\delta t_{i-1} \gg \delta t_i$, или медленный (точка М) при $\delta t_{i-1} \ll \delta t_i$ режимы торможения среднего отцепта.

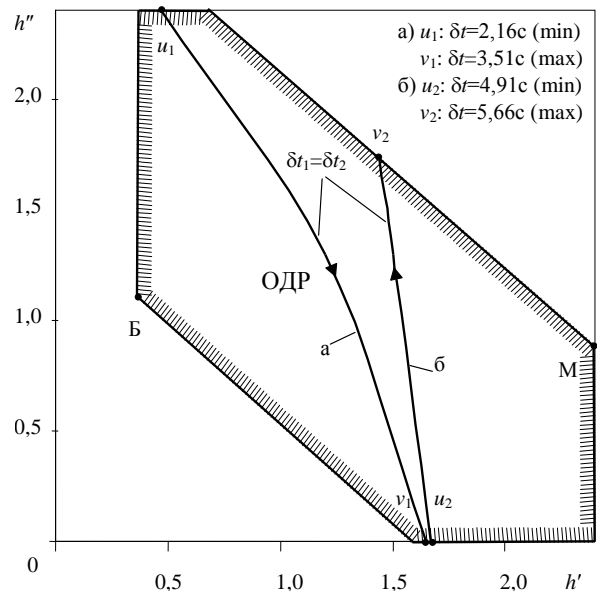


Рис. 6 Линии равных значений δt в группе отцепов ОП-ОХ-ОП для разных сочетаний номеров стрелок разделения: а) стрелки $\sigma_{i-1}=2$, $\sigma_i=3$ ($\sigma_{i-1} < \sigma_i$); б) стрелки $\sigma_{i-1}=3$, $\sigma_i=2$ ($\sigma_{i-1} > \sigma_i$)

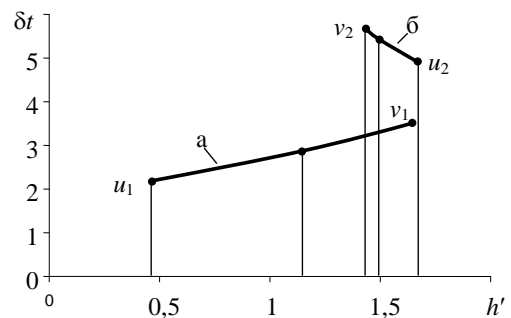


Рис. 7. Зависимости равных интервалов между отцепами от режима торможения ОХ: а) стрелки $\sigma_{i-1}=2$, $\sigma_i=3$ ($\sigma_{i-1} < \sigma_i$); б) $\sigma_{i-1}=3$, $\sigma_i=2$ ($\sigma_{i-1} > \sigma_i$)

Важным результатом установленной закономерности является возможность замены в (7) двухфакторных моделей управляемого скатывания $t(h', h'')$ и $\tau(h', h'')$ однофакторными, соответственно, $t(q)$ и $\tau(q)$, что позволяет в два раза сократить размерность задачи оптимизации и упростить ее решение. С этой целью необходимо записать уравнения отдельных отрезков границы ОДР в параметрическом виде (см. рис. 4):

$$\left. \begin{aligned} H &= b_1 + k_1 q \\ H'' &= b_2 + k_2 q \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где q - параметр, принимающий в угловых точках ОДР целочисленные значения 0, 1, 2, 3 (см. табл. 1).

Коэффициенты b_1 (b_2) и k_1 (k_2) для j -го отрезка границы ОДР можно найти, зная действительные значения погашаемой энергетической высоты в начале H'_{j-1} (H''_{j-1}) и в конце H_j (H''_j) этого отрезка:

$$\left. \begin{aligned} b_j &= h_{j-1}q_j - h_jq_{j-1} \\ k_j &= h_j - h_{j-1} \end{aligned} \right\}, \quad j=1, \dots, m$$

где m - число отрезков нижнего (верхнего) участка границы ОДР ($m=1 \div 3$, см. рис. 4).

Время скатывания отцепа до заданной точки $t(q)$ в интервале $[q_{\min}, q_{\max}]$ представляет собой непрерывную неубывающую негладкую функцию, имеющую разрывы первой производной в угловых точках ОДР (см. рис. 8).

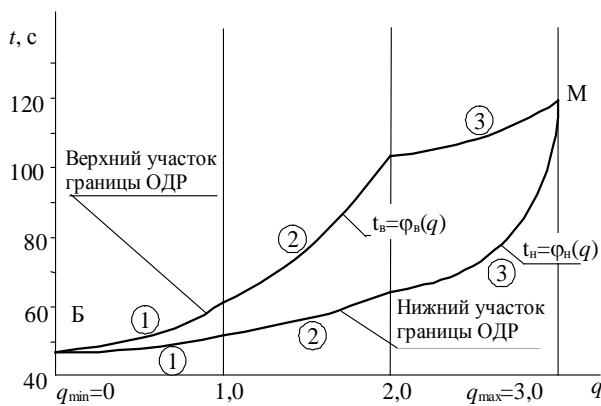


Рис 8. Модель управляемого скатывания ОХ до точки входа на стрелку 5 $t(q)$

Для определения оптимального значения q^* для среднего отцепа элементарной группы, в соответствии с (8), необходимо исследовать функцию $f(q) = \delta t_i - \delta t_{i-1}$ в указанном интервале $[q_{\min}, q_{\max}]$. Функция $f(q)$ имеет те же свойства, что и входящие в ее состав $t(q)$ и $\tau(q)$. Поэтому, если произведение $f(q_{\min}) \cdot f(q_{\max}) < 0$, то в интервале $[q_{\min}, q_{\max}]$ существует нуль функции $f(q)$, т.е. такой режим торможения q^* , при котором $\delta t_{i-1}(q^*) = \delta t_i(q^*)$ и $f(q^*) = 0$.

В противном случае оптимальный режим торможения находится на одной из границ интервала $[q_{\min}, q_{\max}]$ (если $f(q_{\min}) \leq 0$, то $q^* = q_{\min}$, иначе если $f(q_{\max}) \geq 0$, то $q^* = q_{\max}$).

Таким образом, выполненные исследования позволили сделать следующие выводы.

Для каждого отцепа, скатывающегося с данной горки, существует определенная область допустимых режимов торможения, конфигурация и параметры которой существенно зависят от сопротивления движению отцепа и условий скатывания. Поверхность, на которой располагается ОДР весьма близка к плоскости.

1. Уравнение плоскости, на которой располагается ОДР некоторого отцепа, целесообразно получать по ее трем или четырем угловым точкам, соответственно, методами аналитической геометрии или наименьших квадратов. Первый способ позволяет сократить необходимый объем имитационного моделирования скатывания отцепа, второй - обеспечивает примерно в два раза большую точность аппроксимации.

2. Оптимальный режим торможения отцепа всегда находится на границе ОДР; выбор участка границы определяется соотношением номеров стрелок разделения со смежными отцепами.

3. Разработанная модель интервального регулирования скорости отцепа позволяет найти для него такой режим торможения, при котором достигаются оптимальные условия его разделения с двумя смежными отцепами.

Полученные результаты исследований могут быть использованы для разработки методов и построения алгоритмов оптимизации режимов торможения отцепов произвольных составов на сортировочных горках. Указанные методы необходимы как для проектирования горок, так и для автоматизации управления сортировочным процессом.

Литература

1. Автоматизация и механизация переработки вагонов на станциях / Ю.А. Муха, И.В. Харланович, В.П. Шейкин и др. - М.: Транспорт, 1985. - 248 с.
2. Божко Н.П. Методика определения режимов торможения отцепов при анализе конструкций сортировочных горок // Межвуз. сб. научн. тр. - Вып. 229/15. - Днепропетровск: ДИИТ, 1983. - с. 30 - 36.
3. Бобровский В.И. Исследование влияния длины измерительного участка на скорость роспуска составов // Межвуз. сб. научн. тр. - Днепропетровск: ДИИТ, 1986. - с. 50 - 59.
4. Пособие по применению правил и норм проектирования сортировочных устройств / Ю.А. Муха, Л.Б. Тишков, В.П. Шейкин и др. - М.: Транспорт, 1994. - 220с.