

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ
«ІНСТИТУТ ПРОМИСЛОВИХ ТА БІЗНЕС ТЕХНОЛОГІЙ»
УКРАЇНСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ НАУКИ І
ТЕХНОЛОГІЙ**

Л.М. БАНДОРІНА, Л.І. ЛОЗОВСЬКА, Л.М. САВЧУК

МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ

Дніпро 2022

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ
«ІНСТИТУТ ПРОМИСЛОВИХ ТА БІЗНЕС ТЕХНОЛОГІЙ»
УКРАЇНСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ НАУКИ І
ТЕХНОЛОГІЙ**

Л.М. БАНДОРІНА, Л.І. ЛОЗОВСЬКА, Л.М. САВЧУК

МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ

Друкується за Планом видань навчальної та методичної літератури,
затвердженим Вченою радою ННІ ШБТ
Протокол № 1 від 24.01.2022

Дніпро 2022

УДК 338.001.57

Бандоріна Л.М., Лозовська Л.І., Савчук Л.М. Моделювання економіки : навч. посібник. Дніпро : УДУНТ, 2022. 154 с.

Викладено методичні підходи та інструментарії, що дають можливість розробляти адекватні математичні моделі у сфері економіки та підприємництва. Розглядаються математичні моделі мікроекономічних систем: балансові, рейтингові, моделі фінансово-економічних процесів тощо. Посібник містить приклади побудови математичних моделей, корисні для здобуття навичок моделювання управлінських ситуацій.

Призначений для студентів напряму підготовки 051 – Економіка, 126 – Інформаційні системи та технології.

Укладачі: Л.М. Бандоріна, канд. екон. наук, доц.
Л.І. Лозовська, канд. канд. фіз.-мат. наук, доц.
Л.М. Савчук, канд. екон. наук, проф.

Відповідальна за випуск Л.М. Бандоріна, канд. екон. наук, доц.

Рецензенти: Г.В. Корніч, докт. фіз.-мат. наук, проф., завідувач кафедри системного аналізу та обчислювальної математики НУ «Запорізька політехніка»;
В.А. Турчина, канд. фіз.-мат. наук, доц., завідувач кафедри обчислювальної математики та математичної кібернетики Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара.

Навчально-науковий інститут
«Інститут промислових та бізнес технологій»
Українського державного університету науки і технологій
49005, м. Дніпро, пр. Гагаріна, 4
Редакційно-видавничий відділ ННІ ШБТ УДУНТ

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	5
1 КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ.....	6
1.1 Економіка як об'єкт моделювання.....	6
1.2 Моделювання як метод наукового пізнання	8
1.3 Поняття «економіко-математичного» моделювання. Етапи моделювання .	12
1.4 Класифікація економіко-математичних методів і моделей	14
2 АЛГОРИТМІЧНІ (ІМІТАЦІЙНІ) МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ Й ПІДПРИЄМНИЦТВІ.....	18
2.1 Основні принципи алгоритмічного (імітаційного) моделювання з урахуванням невизначеності й конфліктності	18
2.2 Використання законів розподілу випадкових величин при імітації економічних процесів	20
2.2.1 Моделювання простої події	21
2.2.2 Моделювання випадкових величин з рівномірним законом розподілу	22
2.2.3 Моделювання випадкових величин з нормальним законом розподілу	23
2.2.4 Моделювання випадкових величин з інтервально-постійною функцією розподілу.....	25
3 ПРИКЛАДНІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ	33
3.1 Метод лінійної оптимізації.....	33
3.2 Метод нелінійної оптимізації	49
3.3 Цілочислова оптимізація та її використання в моделюванні фінансових процесів.....	65
4 РЕЙТИНГОВЕ ОЦІНЮВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЦІ.....	72
4.1 Концепція рейтингового управління	72
4.2 Моделювання рейтингового оцінювання компанії	73
4.3 Загальна схема проведення експертного оцінювання (експертизи).....	77
4.4 Економіко-математичне моделювання реінжинірингу бізнес-процесів на підприємствах з використанням експертного оцінювання.....	83
5 МОДЕЛЬ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ	95
5.1 Балансові моделі	95
5.2 Принципова схема міжгалузевого балансу.....	96
5.3 Економіко-математична модель міжгалузевого балансу	99
5.4 Аналіз моделі міжгалузевого балансу	101
5.5 Способи вирішення завдань на основі моделі міжгалузевого балансу	104
6 МОДЕЛІ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ	115
6.1 Поняття соціально-економічного прогнозування.....	115
6.2 Часові ряди	117
6.3 Трендові моделі на основі кривих росту	118

6.3.1	Поліноміальні криві росту	119
6.3.2	Експоненціальні криві росту.....	127
6.3.3	S-образні криві росту.....	132
6.4	Адаптивні моделі прогнозування	134
	ТЕРМІНОЛОГІЧНО-ТЛУМАЧНИЙ СЛОВНИК.....	141
	СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	151
	ДОДАТОК А.....	153

ПЕРЕДМОВА

Економіка, як наука про об'єктивні причини розвитку суспільства, активно користується різноманітними кількісними характеристиками, і тому увібрала в себе велику кількість математичних методів. Сьогодні в економічній науці на перший план виступає математична модель як інструмент дослідження й прогнозу економічних явищ. Математичну модель можна визначити як внутрішньо несуперечливу замкнуту систему математичних співвідношень (об'єкт кінцевої складності), призначену для відтворення певної якості (або групи певних якостей) досліджуваного реального явища або процесу. Математичні моделі являють собою основу комп'ютерного моделювання й обробки інформації. Вони розвивають наші уявлення про закономірності економічних процесів і сприяють формуванню способу мислення й аналізу на новому, більше високому рівні [1].

Останнім часом для позначення специфічності класу математичних моделей, застосовуваних в економіці, вживають термін «економіко-математичне моделювання». Це виправдано тим, що економічна теорія вже давно використовує елементи математики у своїх висновках. Більше того, необхідність вирішення актуальних економічних проблем нерідко ініціює й розвиток математичного апарата. Наприклад, поява класу продуктивних матриць у лінійній алгебрі обумовлено дослідженням моделей міжгалузевого балансу; математичне програмування у своїй основі має суцільно економічний аспект оптимального планування розподілу обмежених ресурсів.

Варто особливо підкреслити, що використання математичних методів і моделей актуально як на рівні діяльності фірми в умовах ринку, так й у макроекономіці – на рівні планування й аналізу аспектів економічної діяльності регіону й країни.

В умовах глобалізації світової економіки й становлення інформаційного суспільства математичні моделі стають потужним інструментом прогнозів еволюції цивілізації на нашій планеті, що дозволяє визначати оптимальні магістралі розвитку економіки насамперед у плані забезпечення життєдіяльності людини.

Активне використання математичного апарата в економіці ґрунтується на оволодінні необхідною базою математичних знань. Математичні теореми й докази

являють собою строгі логічні міркування, що не допускають множинного трактування. Математичний апарат також вміщує чинність логічних побудов й умовиводів, що надає можливість удосконалювати методику досліджень складних процесів, які мають місце в економіці, суспільстві й навколишньому світі.

Для успішного опанування основ економіко-математичного моделювання необхідні також знання з політекономії, макро- і мікроекономіки, фінансів, теорії ймовірностей і математичної статистики, економічної інформатики тощо.

Вивчення математичних методів й інструментарію економічних досліджень дозволить майбутньому фахівцеві сформувавши необхідні компоненти мислення, рівень, кругозір і культуру, які знадобляться йому як у теоретичному плані, так й у плані орієнтації в його професійній і практичній діяльності.

1 КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ

1.1 Економіка як об'єкт моделювання

Необхідно помітити, що поняття «економіка» має два значення: економіка може означати як науку, так і господарчу систему. Основне призначення економіки як господарчої системи – забезпечення суспільства предметами споживання і послугами, які створюють умови для життя й діяльності людини й суспільства в цілому. Економіка як економічна теорія – це суспільна наука, що вивчає аспекти прийняття рішень людьми з метою задовольнити наявні матеріальні потреби, використовуючи обмежені ресурси.

Центральним поняттям кібернетики є поняття «система». Системою називається комплекс взаємозалежних елементів разом з відносинами (зв'язками) між цими елементами і між їхніми атрибутами, які спільно реалізують визначені цілі. Основним методом дослідження систем є метод моделювання, тобто спосіб теоретичного аналізу і практичної дії, спрямований на розробку та використання моделей.

Модель – це уявний або реальний об'єкт, який у процесі вивчення заміщує об'єкт-оригінал.

Помітимо, що спектр різновидів моделей, які використовують економісти, досить широкий. Модель є інструментом економічного аналізу. І чим більш різноманітний інструментарій має у своєму арсеналі економіст, тим більшою є імовірність одержання достовірних результатів.

Об'єктом дослідження економіко-математичного моделювання являється економіка як соціально-економічна система.

Соціально-економічна система – це складна імовірнісна динамічна система, що охоплює процеси виробництва, обміну, розподілу і споживання матеріальних й інших благ [1]. Соціально-економічні системи належать до класу кібернетичних, тобто керованих, систем.

Одним з важливих аспектів в економіко-математичному моделюванні є поняття адекватності моделі, тобто відповідності моделі тому об'єкту або процесу, на підставі якого вона створюється. Адекватність моделі – трохи умовне поняття, оскільки повної відповідності моделі реальному об'єкту бути не може. Мова йде не просто про адекватність, а про відповідність тим властивостям, які є істотними для дослідника, відповідають меті дослідження і належній системі гіпотез. Відзначимо, що перевірка адекватності економіко-математичних моделей – дуже складний процес, обумовлений важкістю виміру економічних величин. Але без такої перевірки на адекватність використання результатів моделювання в аналізі й управлінських рішеннях може не тільки виявитися малокорисним, але й призвести до негативних наслідків.

Слід зазначити, що соціально-економічні системи належать до так званих складних систем, яким властивий ряд ознак, які потрібно враховувати під час моделювання. Інакше неможливо говорити про адекватність побудованої моделі. Серед цих ознак можна відзначити:

1) емерджентність, як прояв у самій яскравій формі властивості цілісності системи, тобто наявність в економічній системі таких особливостей, які не властиві жодному з її елементів, що розглядається окремо, поза системою;

2) динамічність економічних процесів, що полягає в зміні в часі параметрів і структури економічних систем під впливом як внутрішніх, так і зовнішніх факторів (наколишнього середовища);

3) невизначеність щодо розвитку економічних явищ (процесів);

4) неможливість ізолювати процеси, які здійснюються в економічних системах, від процесів у навколишньому середовищі, для того, щоб спостерігати і досліджувати їх незалежно;

5) активна реакція на нові фактори, що з'являються.

Використовуючи системний підхід у дослідженні економіки, відрізняють зокрема, макро- і мікроекономічні моделі. Макроекономічні моделі відображають функціонування і розвиток всієї економічної системи або її великих підсистем. Мікроекономічні моделі відображають функціонування і розвиток господарських одиниць та їхніх об'єднань.

1.2 Моделювання як метод наукового пізнання

Модель – це образ реального об'єкта (процесу) у матеріальній або ідеальній формі, який відображає істотні властивості даного об'єкта (процесу) і заміщає його в ході дослідження при обраній системі гіпотез.

Математична модель – це «макет» реальності (миру), у якому взаємозв'язки між конкретними елементами, які цікавлять дослідника, замінені відносинами між математичними категоріями. Ці відношення, як правило, представлені у формі рівнянь, нерівностей, відносинами формальної логіки між показниками, які характеризують функціонування реальної системи, що моделюється.

Сутність методології математичного моделювання міститься в заміні досліджуваного об'єкта його «образом» – математичною моделлю – і наступним вивченням (дослідженням) моделі на підставі аналітичних методів і обчислювально-логічних алгоритмів, які реалізуються за допомогою комп'ютерних програм. Робота не із самим об'єктом (явищем, процесом), а з його моделлю дає можливість відносно швидко досліджувати його істотні властивості й поведінку при будь-яких імовірних ситуаціях. У той же час комп'ютерні та імітаційні експерименти з моделями об'єктів, на відміну від суцільно теоретичних підходів, дозволяють досить ретельно і глибоко вивчати об'єкт.

При вивченні даної дисципліни основна увага приділяється моделям прийняття рішень: математичним моделям, у яких певні змінні представляють рішення, які потрібно (або принаймні можна) прийняти. Очевидно, що скоротити відстань між Києвом і Дніпром неможливо. Однак можна вибрати

швидкість руху, кількість зупинок і час, витрачений на кожну з них. Це і є змінні рішення. На ці змінні також можна накладати певні обмеження – не можна їхати зі швидкістю більше 100 км/год, бензобак має обмежену ємність, заправлення вимагає певного часу й т.д. Подібні обмеження є основою побудови реалістичних моделей.

Схематично модель може бути представлена у вигляді «чорного ящика» (рис. 1.1).

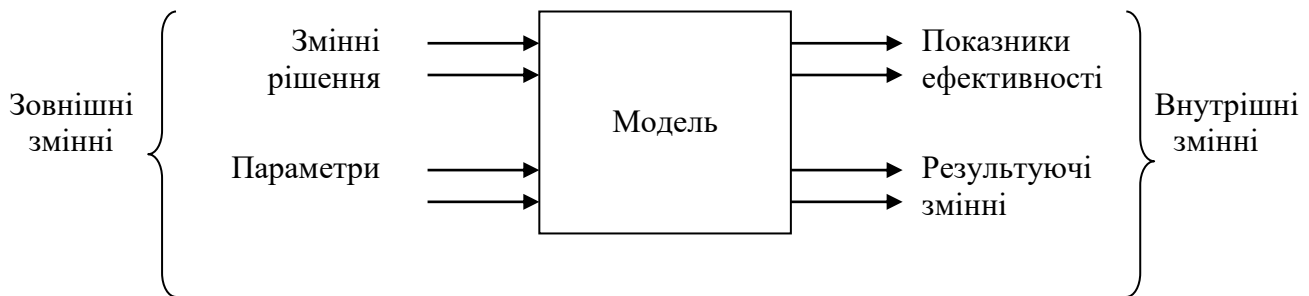


Рисунок 1.1 – Модель у вигляді «чорного ящика»

У такому поданні деталі роботи моделі не розглядаються. Основна увага приділяється визначенню: 1) входів, тобто того, що модель повинна обробляти; 2) виходів – того, що модель робить. Модель на даному етапі називається «чорним ящиком», оскільки ще не відомо, яка логіка буде реалізована в моделі

Після визначення входів і виходів моделі необхідно розбити їх на дві категорії. Входи, іменовані зовнішніми змінними, діляться на змінні рішення (тобто змінні, контрольовані менеджером) і параметри (тобто змінні, котрі менеджер контролювати не може).

Прикладами змінних рішення можуть служити сума, у яку менеджер оцінює свій продукт, розміщення виробничого устаткування або рішення, продавати філіал чи ні.

Прикладами параметрів можуть служити ціни, призначувані конкурентами на аналогічні товари або послуги, фізичні обмеження обсягу складського приміщення, вартість одиниці сировини або прогнозована кількість опадів. Багато неконтрольованих вхідних величин можуть бути невідомі заздалегідь. Трактуючи їх як параметри, можна будувати модель так, ніби вони були відомі. Пізніше можна конкретизувати чисельні значення даних величин, проаналізувавши дані й оцінивши ці значення, або просто задати передбачувані значення величин при аналізі моделі.

Виходи, іменовані внутрішніми змінними, діляться на показники ефективності (або критерії), які визначають ступінь наближення до мети, і результуючі змінні, які відображають інші наслідки моделювання і допомагають розуміти й інтерпретувати результати роботи моделі.

Критерії особливо важливі, тому що саме вони використовуються, щоб визначити, наскільки вдалося наблизитися до кінцевої мети. Тому критерії часто називають цільовими функціями.

Прикладами цільових функцій є дохід, частка ринку, сукупні витрати, дисципліна працівників, задоволення клієнта, доходи від інвестицій. Приклади результуючих змінних – розбивка доходу по статтях, кількість проданих виробів, сплачені податки й інші величини, які корисно знати.

Незважаючи на простоту концептуальної схеми «чорного ящика», вона змушує розроблювача на самому початку процесу моделювання визначити, що варто включити в модель, а що виключити з неї, а також розібратися із класифікацією відповідних факторів.

Розглянемо деякі запитання, на які може наштовхнути розроблювача моделі розглянута вище схема «чорного ящика»:

1. Що таке прибуток для даної приватної компанії – рішення або показник ефективності?

2. Якими повинні бути правильно сформовані множини змінних рішень на відміну від другорядних змінних? Наприклад, чи варто вважати ціну на свій продукт єдино важливим рішенням, припускаючи, що бюджет на рекламу зафіксований (кимсь іншим) на певному рівні, або потрібно розглядати і ціну продукту, і бюджет на рекламу як одночасно прийняті рішення?

3. Чи дійсно менеджер контролює ціну на свій продукт (у цьому випадку ціна є змінною рішення) або вона визначається конкуруючими силами ринку (у такому випадку ціна є параметром)?

4. Чи є кількість продукту, яку потрібно продати, змінною рішення, тобто контрольованим входом моделі, або кількість проданого продукту є виходом моделі (результуючою змінною), а входом є його ціна?

5. Чи є дисципліна працівників критерієм, тобто тим, на що менеджер може вплинути адміністративними способами, ухвалюючи рішення щодо людських ресурсів. Або це параметр, якому потрібно приймати як даність? У кожному разі, як виміряти дисциплінованість? Якщо це поняття занадто розпливчато, щоб визначати його в якості змінної, може, варто не включати

його в модель, а врахувати пізніше, на етапі інтерпретації моделі? Або варто використовувати як показник дисципліни кількість прогулів? Які фактори в такому випадку впливають на них, і яка підмножина цих факторів повинна стати змінними рішення?

6. Якщо частка ринку повинна бути критерієм, яке точне визначення ринку, на частку якого вплинуть рішення менеджера? Мається на увазі частка регіонального, національного або міжнародного ринку? Або всіх трьох? Чи йде мова про частку ринку цього року, у наступному році або в наступні п'ять років? У чому вимірюється частка ринку – у кількості проданих одиниць товару або у вартісному вираженні?

7. Чи потрібно включати в модель продажу конкурентів як параметри? Адже якщо вважати продажу конкурентів зовнішніми входами, це означає, що менеджер не може впливати на них і повинен сприймати їх як задані. Однак менеджер, безумовно, може вплинути на обсяги продажів конкурентів за допомогою активної системи знижок або посиленої реклами, які можуть служити змінними рішення. У такому випадку приналежним конкурентам частка ринку повинна бути внутрішнім виходом (результуючою змінною), а не зовнішнім входом моделі. Але якщо це вихід моделі, може варто вважати частку ринку, що належить конкурентам, критерієм, який потрібно мінімізувати?

8. Менеджер повинен керуватися у своїй моделі лише своїми власними критеріями, тимчасовою шкалою і світоглядом або зобов'язаний урахувати переваги свого керівництва?

9. Основна увага в моделі повинна приділятися щоденним оперативним рішенням, більш довгостроковому стратегічному плануванню або і тому і іншому?

10. Що потрібно включити в модель у вигляді показників ефективності або параметрів, які виходять від зовнішніх зацікавлених осіб, таких як законодавці, групи споживачів і акціонери?

Досліджувані нами надалі методи моделювання можна застосовувати незалежно від того, як визначені входи й виходи моделі. Однак наведені вище запитання ілюструють важливість суджень розроблювача для чіткого визначення елементів «чорного ящика».

1.3 Поняття «економіко-математичного» моделювання. Етапи моделювання

Якщо мова йде про математичну модель, що описує механізм функціонування певної гіпотетичної економічної або соціально-економічної системи, то таку модель називають економіко-математичною або просто економічною.

Під економіко-математичною моделлю розуміють концентроване вираження самих істотних економічних взаємозв'язків досліджуваних об'єктів (процесів) у вигляді математичних функцій, нерівностей і рівнянь.

У різних галузях знань, зокрема в економіці, етапи моделювання здобувають специфічні риси. Проаналізуємо послідовність і значимість етапів одного циклу економіко-математичного моделювання [2].

Етап 1. Постановка економічної проблеми і розробка концептуальної моделі. Головне на цьому етапі – чітко сформулювати сутність проблеми (мети дослідження), припущення, які приймаються, і ті запитання, на які необхідно одержати відповіді. З урахуванням мети дослідження проводиться якісний аналіз об'єкта, що моделюється; виділяються його найважливіші риси і властивості. З позиції системного підходу вивчається структура об'єкта і головні взаємозв'язки між його елементами (підсистемами). Обираються та обґрунтовуються основні показники і система гіпотез, які пояснюють поведінку й розвиток об'єкта і на основі яких буде виконуватися наступна формалізація.

На цьому етапі моделювання широко застосовуються якісні методи опису систем, знакові і язикові моделі. Таке первісне наближене зображення системи називають концептуальною моделлю.

Етап 2. Розробка математичних моделей. Це етап формалізації економічної проблеми, вираження її у вигляді конкретних математичних залежностей і відносин (функцій, рівнянь, нерівностей тощо). На цьому етапі проводиться теоретичне (аналітичне) дослідження моделі, обираються методи дослідження і рішення. Метою теоретичного (аналітичного) дослідження є з'ясування загальних властивостей моделі. Найважливіший момент – доказ існування рішення для моделі.

Етап 3. Реалізація моделі у вигляді пакета прикладних програм (ППП) і проведення розрахунків. Цей етап включає розробку алгоритмів для числового

рішення завдання, складання програм на ЕОМ (можливе використання існуючих ППП із відповідною адаптацією) і безпосереднє проведення розрахунків. Труднощі цього етапу визначені, насамперед, великою розмірністю економічних завдань і необхідністю обробки значних масивів інформації. Виконання числових «модельних» експериментів дозволяє вивчати «поводження» моделі при різних значеннях деяких умов. Дослідження, які проводяться за допомогою числових методів, можуть стати істотним доповненням до результатів аналітичного дослідження.

Етап 4. Перевірка адекватності моделі. Вимога адекватності суперечить вимогам простоти, і це варто враховувати, перевіряючи модель на адекватність. Початковий варіант моделі попередньо перевіряється відповідно до таких основних аспектів:

- чи всі істотні параметри включені в модель;
- чи містить модель несуттєві параметри;
- чи правильно відображені функціональні зв'язки між параметрами;
- чи правильно визначені певні обмеження на значення параметрів тощо.

Для встановлення ступеня відповідності створюваної моделі оригіналу використовують такі методи:

- порівняння результатів моделювання з окремими експериментальними результатами, отриманими в подібних умовах;
- використання інших схожих моделей;
- порівняння структури і функціонування моделі з прототипом.

Головним напрямком перевірки адекватності моделі досліджуваного об'єкта виступає практика. Але вона має потребу в нагромадженні статистики, що не завжди буває достатньою для одержання надійних даних.

Етап 5. Аналіз числових результатів і прийняття відповідних рішень. На цьому етапі результати досліджень надаються у вигляді, зручному для розгляду, і на основі їх обробки проводиться аналіз матеріалів дослідження моделі. На цьому, завершальному етапі виникає питання про правильність і повноту результатів моделювання, про можливості їх практичного використання, а також про ступінь досягнення цілей дослідження.

Аналіз результатів моделювання складається з оцінки точності результатів моделювання, оцінки стійкості результатів моделювання та оцінки

чутливості результатів моделювання. Формування висновків та пропозицій є завершальним етапом моделювання, на якому підводяться підсумки та висловлюються думки щодо напрямків подальшого дослідження об'єкта моделювання [3].

Існують зворотні зв'язки між етапами, які виникають у результаті того, що в процесі дослідження можуть бути виявлені недоліки попередніх етапів моделювання. Те, що не вдається виправити на перехідних етапах моделювання, усувають в наступних циклах. Але результати кожного циклу мають і цілком самостійне значення. Почавши дослідження від побудови простої моделі, можна швидко одержати корисні результати, а потім перейти до створення більш удосконаленої моделі.

1.4 Класифікація економіко-математичних методів і моделей

Сутність економіко-математичного моделювання міститься в описі соціально-економічних систем і процесів у вигляді економіко-математичних моделей. Економіко-математичні методи варто розуміти як інструмент, а економіко-математичні моделі – як продукт процесу економіко-математичного моделювання.

Розглянемо питання класифікації економіко-математичних методів. Ці методи являють собою комплекс економіко-математичних дисциплін, що є сплавом економіки, математики й кібернетики. В складі економіко-математичних методів можна виділити наступні розділи:

- економічна кібернетика: системний аналіз економіки, теорія економічної інформації й теорія керуючих систем;
- математична статистика: економічні додатки даної дисципліни – вибірковий метод, дисперсійний аналіз, кореляційний аналіз, регресійний аналіз, багатомірний статистичний аналіз, факторний аналіз, теорія індексів й ін.;
- математична економія і економетрія: теорія економічного росту, теорія виробничих функцій, міжгалузеві баланси, національні рахунки, аналіз попиту й споживання, регіональний і просторовий аналіз, глобальне моделювання й ін.;
- методи прийняття оптимальних рішень, у тому числі дослідження операцій в економіці: оптимальне (математичне) програмування, у тому числі

методи гілок і границь, мережні методи планування й управління, програмно-цільові методи планування й управління, теорія і методи управління запасами, теорія масового обслуговування, теорія ігор, теорія й методи прийняття рішень, теорія розкладів;

– методи й дисципліни, специфічні окремо як для централізовано планованої економіки, так і для ринкової (конкурентної) економіки. До першого можна віднести теорію оптимального функціонування економіки, оптимальне планування, теорію оптимального ціноутворення, моделі матеріально-технічного постачання й ін. До других – методи, що дозволяють розробити моделі вільної конкуренції, моделі капіталістичного циклу, моделі монополії, моделі індикативного планування, моделі теорії фірми й т.д. Багато з методів, розроблених для централізовано планованої економіки, можуть виявитися корисними і при математичному моделюванні в умовах ринкової економіки;

– методи експериментального вивчення економічних явищ: математичні методи аналізу й планування економічних експериментів, методи машинної імітації (імітаційне моделювання), ділові ігри, методи експертних оцінок, розроблені для оцінки явищ, що не піддаються безпосередньому виміру.

Перейдемо до питань класифікації економіко-математичних моделей. Єдиної системи класифікації таких моделей у цей час не існує, однак звичайно виділяють більше десяти основних ознак їхньої класифікації.

По загальному цільовому призначенню економіко-математичні моделі діляться на теоретико-аналітичні, використовувані при вивченні загальних властивостей і закономірностей економічних процесів, і прикладні, застосовувані в рішенні конкретних економічних завдань аналізу, прогнозування й керування.

Відповідно до загальної класифікації математичних моделей вони діляться на функціональні (модель поведінки споживачів в умовах товарно-грошових відносин), структурні (модель міжгалузевих зв'язків) і структурно-функціональні.

За ступенем агрегування об'єктів моделювання моделі розділяються на макроекономічні (моделі, що відображають функціонування економіки як єдиного цілого) й мікроекономічні (моделі зв'язані з такими ланками економіки, як підприємства й фірми).

За метою створення і застосування виділяють балансові моделі, що виражають вимогу відповідності наявності ресурсів та їхнього використання; трендові моделі, у яких розвиток економічної системи, що моделюється, відображається через тренд (тривалу тенденцію) її основних показників; оптимізаційні моделі, що призначені для вибору найкращого варіанта з певного числа варіантів виробництва, розподілу або споживання; імітаційні моделі, які використовуються в процесі машинної імітації досліджуваних систем або процесів й інші.

По типу інформації, яка використовується в моделі, економіко-математичні моделі розділяються на аналітичні (побудовані на апріорній інформації) та ідентифіковані (побудовані на апостеріорній інформації).

За фактором часу моделі підрозділяються на статичні (всі залежності віднесені до одного моменту часу) і динамічні (описують економічні системи в розвитку).

За фактором невизначеності моделі діляться на жорстко детерміновані (результати на виході однозначно визначаються керуючими впливами) і стохастичні (імовірнісні) (на виході спостерігаються різні результати залежно від дії випадкового фактору).

За характеристикою математичних об'єктів економіко-математичні моделі можуть класифікуватися як матричні моделі, моделі лінійного й нелінійного програмування, кореляційно-регресійні моделі, моделі теорії масового обслуговування, моделі сіткового планування й керування, моделі теорії ігор та ін.

За підходом до досліджуваних соціально-економічних систем виділяють дескриптивні й нормативні моделі. При дескриптивному підході виходять моделі, призначені для опису й пояснення фактично спостережуваних явищ або для прогнозу цих явищ; як приклад дескриптивних моделей можна привести названі раніше балансові й трендові моделі, виробничі функції й функції купівельного попиту, створені на основі обробки статистичних даних.

При нормативному підході досліджують не те, яким чином організована й розвивається економічна система, а як вона повинна бути організована і як повинна діяти в контексті певних критеріїв. Прикладом можуть служити всі оптимізаційні моделі і нормативні моделі рівня життя.

По співвідношенню екзогенних та ендогенних змінних моделі розділяються на відкриті й закриті. Повністю відкритих моделей не існує;

модель повинна містити хоча б одну ендогенну змінну. Повністю закриті економіко-математичні моделі (тобто такі, які не містять екзогенних змінних), надзвичайно рідкі. Переважна більшість економіко-математичних моделей займає посередню позицію й розрізняється по ступені відкритості (закритості).

Запитання для самоконтролю і перевірки знань

1. Дати визначення соціально-економічної системи.
2. Назвати основні властивості соціально-економічних систем.
3. Визначити сутність поняття «модель».
4. Охарактеризувати сутність методології математичного моделювання.
5. Поняття економіко-математичної моделі.
6. Охарактеризувати основні етапи економіко-математичного моделювання.
7. Особливості перевірки адекватності економіко-математичних моделей.
8. Визначити класи математичних методів.

Тести

- 1.1. Моделі за обліком фактора часу підрозділяються на:
 - 1) детерміновані й стохастичні;
 - 2) аналітичні й ідентифіковані;
 - 3) статичні й динамічні;
 - 4) дескриптивні й нормативні.
- 1.2. Стохастичною моделлю є
 - 1) модель, на виході якої спостерігаються різні результати залежно від дії випадкового фактору;
 - 2) модель, у якій всі необхідні дані для моделювання точно відомі;
 - 3) неповна математична модель;
 - 4) математична модель, у якій існують змінні рішення й хоча б один показник ефективності.
- 1.3. До входів моделі (до зовнішніх змінних) можна віднести:
 - 1) результуючі змінні;
 - 2) змінні рішення та параметри;
 - 3) критерії;
- 1.4. Економіко-математична модель:
 - 1) змушує менеджера явно вказати поставлені цілі;
 - 2) змушує менеджера явно вказати типи рішень, що впливають на цілі;

- 3) змушує менеджера чітко вказати обмеження, що накладаються на значення, які можуть приймати змінні;
 - 4) має всі перераховані вище якості.
- 1.5. До детермінованих моделей відносять:
- 1) моделі лінійного й нелінійного програмування;
 - 2) балансові моделі;
 - 3) трендові моделі;
 - 4) імітаційні моделі.
- 1.6. Змінні рішення економіко-математичної моделі, являють собою:
- 1) неконтрольовані змінні;
 - 2) змінні, які визначають ступінь наближення до мети;
 - 3) контрольовані змінні;
 - 4) змінні, які допомагають розуміти та інтерпретувати результати роботи моделі.

2 АЛГОРИТМІЧНІ (ІМІТАЦІЙНІ) МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ Й ПІДПРИЄМНИЦТВІ

2.1 Основні принципи алгоритмічного (імітаційного) моделювання з урахуванням невизначеності й конфліктності

Алгоритмічне (імітаційне) моделювання – це числовий метод дослідження систем і процесів за допомогою моделюючого алгоритму.

Щоразу, коли на хід процесу, що моделюється, впливає випадковий фактор, цей вплив імітується за допомогою спеціально організованого розіграшу (жеребкування). Таким способом будується випадкова реалізація явища, яке модулюється, що є одним з результатів дослідження. За результатами окремого досвіду, звичайно, не можна робити висновок щодо закономірностей досліджуваного процесу. Але при великій кількості реалізацій середні характеристики моделі (математичне очікування, мода, медіана) здобувають стійкі властивості, які підсилюються з ростом кількості реалізацій (прогонів). Звичайно, залишається певний ризик, який обумовлений неповнотою даних, невизначеністю тощо.

У складі трансляторів майже всіх алгоритмічних мов є стандартні процедури (функції), які генерують випадкові (точніше, псевдовипадкові) числа, які є реалізаціями послідовності випадкових чисел з рівномірним законом розподілу (генератори випадкових чисел).

Процес створення й машинної реалізації імітаційних моделей включає етапи:

- 1) побудова концептуальної моделі;
- 2) побудова алгоритму відповідно до концептуальної моделі системи;
- 3) створення комп'ютерної програми;
- 4) машинний експеримент із моделлю системи.

Є безліч прикладів систем, функціонування яких може бути досліджене за допомогою імітаційного моделювання. До таких систем відносять виробничі й торговельні підприємства, банки, біржі, енергосистеми, різні комунікаційні системи, бібліотеки, картотеки, склади і т.п.

Основна проблема моделювання подібних об'єктів міститься в особливій «конструкції» їхньої структури, відсутності достатньої кількості статистичних даних, неможливості проведення експерименту над реальними системами з метою збору необхідних даних і виявлення їхніх слабких сторін і відгуків на різні зовнішні впливи.

Ідея імітаційного моделювання базується на заміні експерименту над реальними об'єктами експериментом над їхніми моделями. У переважній більшості випадків саме відсутність статистичних даних не дозволяє виконати аналіз і прогноз реального процесу. Імітаційне моделювання надає можливість мати в розпорядженні аналоги таких даних, одержуючи їх не з життя, а з псевдореального функціонування моделі.

Одним з важливих аспектів у процесі роботи з імітаційною моделлю є аналіз її чутливості. Під ним розуміють визначення ступеня мінливості значень цільових показників моделі, обумовлених мінливістю (невизначеністю, варіабельністю) вихідних параметрів. Так, якщо при відносно невеликих змінах вихідних даних відбувається істотна зміна в результатах моделювання, то це є достатньою підставою для додаткових, більше детальних досліджень, зокрема, щодо взаємозв'язків між відповідними змінними.

Аналіз та узагальнення даних, накопичених у процесі імітаційних експериментів, досить часто дозволяє краще зрозуміти якісні й кількісні

закономірності, властиві поведінці керованих об'єктів, і відобразити їх в аналітичному вигляді.

Імітаційні (алгоритмічні) моделі можуть бути детермінованими й стохастичними. В останньому випадку за допомогою генераторів випадкових чисел імітується вплив невизначених і випадкових факторів. Такий метод імітаційного моделювання отримав назву методу статистичного моделювання (або методу Монте-Карло). Метод Монте-Карло – це один з методів моделювання результатів функціонування складної системи, на яку впливають випадкові фактори і яка, як правило, не може бути описана ні якими іншими методами. Основний принцип, що лежить в основі методу Монте-Карло, полягає в наступному: реальні статистичні дані замінюють даними, отриманими на основі вибірки із чисел, які підкоряються тим самим законам розподілу, що й реальні дані.

Саме головне при цьому, що ці закони в моделях можна змінювати відповідно до можливих змін у реальних системах, які бажано змоделювати, не виконуючи такі експерименти над реальними системами.

На даний час цей метод вважають одним з найбільш ефективних методів дослідження складних систем, а часто і єдиним практично доступним методом одержання нової інформації щодо поведінки гіпотетичної системи (на етапі її проектування).

2.2 Використання законів розподілу випадкових величин при імітації економічних процесів

Для моделювання випадкової величини необхідно знати закон її розподілу. Для перетворення послідовності випадкових чисел, які являють собою реалізацію випадкової величини з рівномірним законом розподілу в інтервалі $(0;1)$, у послідовність випадкових чисел, які є реалізаціями випадкової величини із заданою інтегральною функцією розподілу $F(x)$, потрібно із сукупності випадкових величин з рівномірним законом розподілу в інтервалі $(0;1)$ вибрати випадкове число ξ й вирішити відносно x рівняння [4]:

$$F(x) = \xi. \quad (2.1)$$

У випадку, коли задана функція щільності розподілу $f(x)$, співвідношення (2.1) приймає вид:

$$\int_{-\infty}^x f(x)dx = \xi. \quad (2.2)$$

Для деяких законів розподілу отримано аналітичне рішення рівняння (2.2), результати якого наведені в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Визначення щільності розподілу для деяких законів [4]

Закони розподілу випадкової величини	Щільність розподілу	Формули для моделювання випадкових величин
Експонентний	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln \xi_i$
Вейбула	$f(x) = \frac{a}{b} \left(\frac{x}{a}\right)^{a-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{b}\right)^a\right]$	$x_i = -b(\ln \xi_i)^{1/a}$
Гамма-розподіл (α – цілі числа)	$f(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\lambda x} x^{\alpha-1}$	$x_i = -\frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^{\alpha} \ln(1 - \xi_{ij})$
Нормальний	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$	$x_i = m + \sigma \left(\sum_{j=1}^{12} \xi_{ij} - 6 \right)$

2.2.1 Моделювання простої події

Нехай має місце подія А, імовірність настання якої дорівнює P(A). Потрібно вибрати правило, у багаторазовому використанні якого частота появи події відповідала б її ймовірності. Виберемо за допомогою генератора випадкових чисел, що мають рівномірний закон розподілу на інтервалі (0;1), деяке число ξ і визначимо ймовірність того, що $\xi < P(A)$. Для випадкового числа ξ , що є реалізацією випадкової величини з рівномірним законом розподілу на інтервалі (0;1), справедливою буде наступна залежність:

$$P(\xi < P(A)) = \int_0^{P(A)} f(x)dx = P(A). \quad (2.3)$$

Отже, імовірність влучення випадкової величини в інтервал (0; P(A)) дорівнює величині P(A). Тому, якщо під час розіграшу число потрапило в цей інтервал, то варто вважати, що відбулася подія А. Протилежна подія (\bar{A}) відбудеться з імовірністю (1-P(A)) у тому випадку, коли $\xi \geq P(A)$. Процедура моделювання простої події в імітаційній моделі описується алгоритмом,

схема якого представлена на рисунку 2.1 [4]. Через генератор випадкової величини ГВВ(ξ) на рисунку 2.1 позначено процедуру генерації випадкових величин ξ , які мають рівномірний закон розподілу на інтервалі (0; 1).

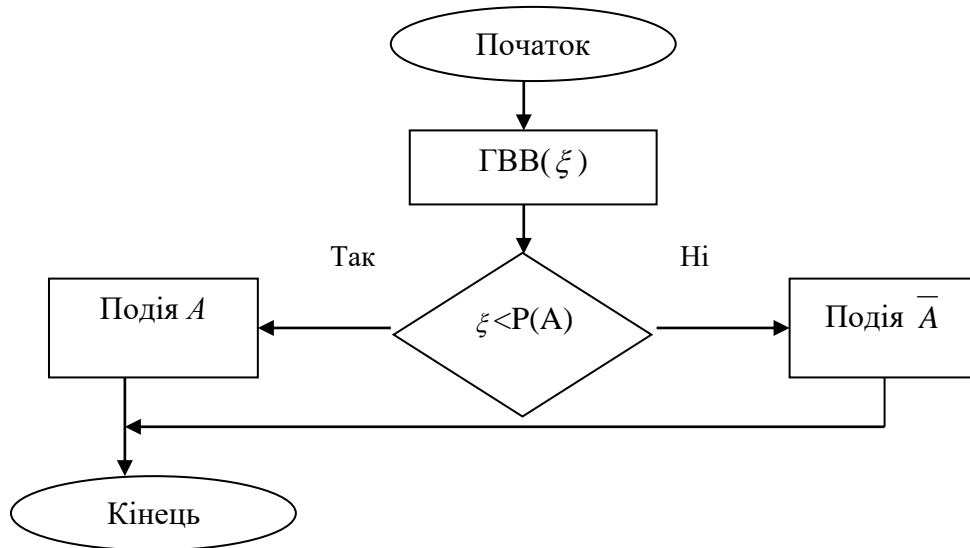


Рисунок 2.1 – Моделювання простої події

2.2.2 Моделювання випадкових величин з рівномірним законом розподілу

Розглянемо важливий і дуже простий рівномірний розподіл випадкової величини ξ на інтервалі $(m-s, m+s)$. Щільність ймовірностей цього розподілу надається наступною формулою:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < m - s; \\ \frac{1}{2s}, & m - s \leq x \leq m + s; \\ 0, & x > m + s, \end{cases} \quad (2.4)$$

де m – математичне очікування; s – максимальне відхилення від математичного очікування.

Такий розподіл використовується, коли про інтервали часу відомо лише те, що вони мають максимальний розкид, і нічого не відомо про розподіл ймовірностей цих інтервалів.

Генератор випадкових чисел [5] генерує послідовність реалізацій випадкової величини ξ з рівномірною функцією розподілу на інтервалі (0;1). Якщо прийняти $a=m-s$ і $b=m+s$, то для того, щоб одержати реалізацію випадкової величини з рівномірним розподілом на інтервалі (a,b), необхідно вирішити відносно x рівняння:

$$\xi = F(x) = \frac{x-a}{b-a};$$

$$x = a + \xi(b-a). \quad (2.5)$$

Рівномірний розподіл можна використовувати при розрахунках по сітковим графікам робіт. Формула для визначення дисперсії має вигляд:

$$D[X] = \frac{[(m+s)-(m-s)]^2}{12} = \frac{s^2}{3}. \quad (2.6)$$

2.2.3 Моделювання випадкових величин з нормальним законом розподілу

Нормальний, або гауссовий розподіл, – це, безсумнівно, одне з найбільш важливих і часто використовуваних видів безперервних розподілів. Воно симетрично щодо математичного очікування. Зупинимося на практичному змісті цього розподілу стосовно до економічних завдань і сформулюємо центральну граничну теорему теорії ймовірностей у наступній практичній інтерпретації.

Безперервна випадкова величина x має нормальний розподіл ймовірностей з параметрами m і $\sigma > 0$, якщо її щільність ймовірностей розподілу має вигляд (рис. 2.2) [4]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-m}{\sigma} \right)^2 \right], \quad (2.7)$$

де m – математичне сподівання $M[x]$; σ – середньоквадратичне відхилення.

При цьому, якщо $D[x]$ – це дисперсія, то середньоквадратичне відхилення $\sigma = \sqrt{D[x]}$.

Прийmemo, що випадкова величина $x = \sum_{i=1}^n x_i$ є сумою n незалежних випадкових величин, які розподілені за невідомим законом і мають кінцевий третій абсолютний момент.

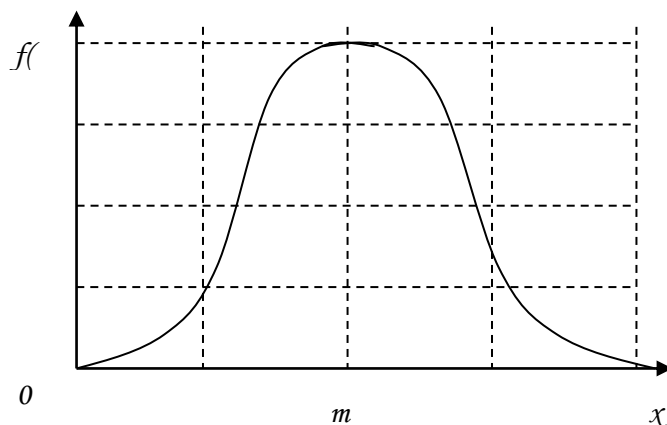


Рисунок 2.2 – Нормальний розподіл ймовірностей безперервної випадкової величини x

Тоді справедливою є теорема: якщо зробити граничний перехід і спрямувати $n \rightarrow \infty$, то розподіл випадкової величини $x = \sum_{i=1}^n x_i$ спрямується до нормального з математичним очікуванням $M[x]$ і дисперсією $D[x]$, обумовленими наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned}
 M[x] &= \sum_{i=1}^n \bar{x}_i; \\
 D[x] &= \sum_{i=1}^n \sigma_i^2.
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

Таким чином, згідно з центральною граничною теоремою теорії ймовірностей у результаті додавання досить великої кількості однаково розподілених незалежних випадкових величин одержуємо випадкову величину, що має нормальний закон розподілу.

Практичний зміст цієї теореми простий. Будь-які складні роботи на економічних об'єктах, такі як уведення інформації з документів у комп'ютер, ремонт устаткування, проведення переговорів і т. ін., складаються з багатьох коротких послідовних елементарних робіт. Причому кількість цих послідовних робіт іноді настільки велика, що вимоги в наведеній вище теоремі про

незалежність й однаковий розподіл стають зайвими. Тому при оцінці трудових витрат завжди справедливе припущення, що їхня тривалість – це випадкова величина, яка розподілена за нормальним законом.

Як показали дослідження, вже в результаті складання більш ніж десяти випадкових незалежних величин з рівномірним розподілом в інтервалі (0; 1) одержуємо випадкову величину, яку з точністю, достатньою для більшості практичних завдань, можна вважати розподіленою відповідно до нормального закону.

Щоб одержати значення нормально розподіленої випадкової величини із середнім m (тобто математичним очікуванням) і стандартним відхиленням σ , треба застосувати формулу Ексел наступного виду:

$$=НОРМОБР(СЛЧИС());m;\sigma). \quad (2.9)$$

2.2.4 Моделювання випадкових величин з інтервально-постійною функцією розподілу

Нехай є підстави приблизно представити функцію розподілу випадкової величини x , що задана на відрізку $[a_0; a_n]$, інтервально-постійною функцією щільності розподілу $f(x)$. Це значить, що відрізок $[a_0; a_n]$ розділений на n відрізків так, що відомі ймовірності влучення на кожний з них ($p_i, i= 0, 1 \dots, n$) (рис. 2.3) [4]:

$$\int_{a_{i-1}}^i f(x)dx = p_i. \quad (2.10)$$

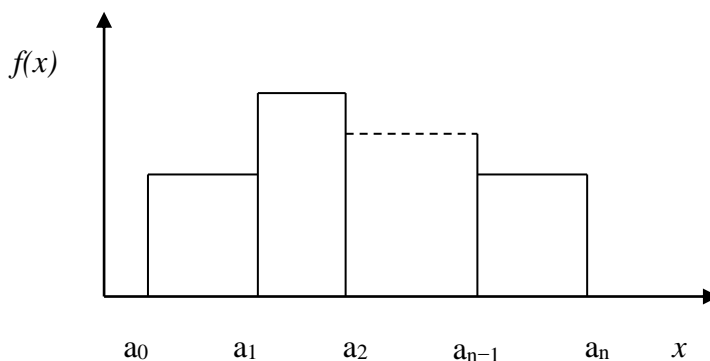


Рисунок 2.3 – Інтервально-постійна функція щільності розподілу випадкової величини

За умови, коли інтервально-постійна функція щільності розподілу випадкової величини $f(x) = \text{const} = c_i$, є незмінною на кожному частковому інтервалі, слід зазначити, що реалізація випадкової величини x може бути визначена за формулою :

$$x_i = a_{i-1} + \xi(a_i - a_{i-1}), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.11)$$

де ξ – реалізація випадкової величини, рівномірно розподіленої на інтервалі $(0; 1)$; a_{i-1} – ліва границя часткового інтервалу; a_i – права границя часткового інтервалу.

Влучення в будь-який частковий інтервал можна розглядати як подію, що входить до складу повної групи попарно несумісних подій, а номер відповідного інтервалу – як дискретну випадкову величину η з розподілом p . Тому процедура моделювання в цілому полягає в наступному.

1. За допомогою генератора випадкових чисел (величин) (ГВВ) моделюємо дискретну випадкову величину η – номер інтервалу.

2. За допомогою ГВВ одержуємо випадкову величину ξ (з рівномірним розподілом на інтервалі $(0; 1)$) і визначаємо реалізацію випадкової величини x за формулою (2.11).

Блок-схема алгоритму наведена на рисунку 2.4.

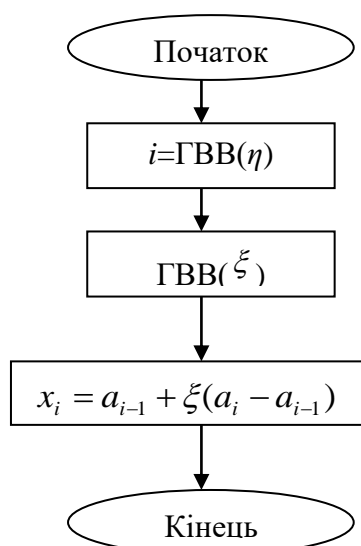


Рисунок 2.4 – Блок-схема алгоритму моделювання випадкової величини з інтервально-постійною функцією щільності розподілу [4]

Для моделювання засобами Excel дискретного рівномірного розподілу, де цілі значення від a_0 до a_n мають рівні ймовірності, використовують наступну формулу:

$$=ЦІЛЕ(a_0+(| a_0 - a_n |+1)*СЛЧИС()) . \quad (2.12)$$

Приклад 2.1. Розробка імітаційної моделі фінансового планування. Аналітик працює в компанії, яка займається проектуванням і випуском літаків. У даний момент аналітик розглядає фінансові наслідки запуску у виробництво нової моделі літака. Початкові витрати, які включають вартість розробки й проектування, створення і випробування дослідного зразка становлять \$150 млн (рис. 2.5–2.6).

D2		75%				
	A	B	C	D	E	F
1	Початкові дані					
2	Початкові витрати	\$ 150 000	Змінні витрати	75% від прибутку		
3	Ціна продажу	\$ 35 000	Вартість капіталу (ставка дисконту)	10% від прибутку		
4	Постійні витрати	\$ 15 000	Ставка податку	34% від прибутку		
5	Амортизація/рік	\$ 10 000				
6			Прибуток/рік	10,0 одиниць		
8	Рік	0	1	2	3	4
9	Попит		10,0 од	10,0 од	10,0 од	10,0 од
10	Дохід		350 000	350 000	350 000	350 000
11	Постійні витрати		\$ 15 000	\$ 15 000	\$ 15 000	\$ 15 000
12	Змінні витрати		262 500	262 500	262 500	262 500
13	Амортизація		\$ 10 000	\$ 10 000	\$ 10 000	\$ 10 000
14	Прибуток перед податком		62 500	62 500	62 500	62 500
15	Податок		21 250	21 250	21 250	21 250
16	Прибуток після податку		41 250	41 250	41 250	41 250
17	Чистий прибуток	-\$ 150 000	51 250	51 250	51 250	51 250
19	Чиста наведена вартість	\$ 12 455,60				

Рисунок 2.5 – Імітаційна модель фінансового планування

Новий літак буде продаватися за ціною \$35 млн за одиницю. Постійні витрати оцінюються в \$15 млн у рік, тоді як перемінні витрати в рік становлять 75% від доходу. Амортизаційні відрахування на нове обладнання становлять \$10 млн у рік протягом 4 років прогнозованого періоду виробництва нового літака. Залишкову вартість обладнання після 4 років експлуатації прогнозувати досить складно, тому аналітик визначає її по консервативному принципу, тобто прирівнює нулю. Для даної компанії вартість капіталу становить 10%, а податкова ставка – 34%.

	A	B	C	D	E	F
1	Початкові дані					
2	Початкові витрати	150000	Змінні витрати	0,75		
3	Ціна продажу	35000	Вартість капіталу (ставка дисконту)	0,1		
4	Постійні витрати	15000	Ставка податку	0,34		
5	Амортизація/рік	10000				
6			Прибуток/рік	10		
8		Рік 0	1	2	3	4
9	Попит		=D\$6	=D\$6	=D\$6	=D\$6
10	Дохід		=C9*\$B\$3	=D9*\$B\$3	=E9*\$B\$3	=F9*\$B\$3
11	Постійні витрати		=B\$4	=B\$4	=B\$4	=B\$4
12	Змінні витрати		=C10*\$D\$2	=D10*\$D\$2	=E10*\$D\$2	=F10*\$D\$2
13	Амортизація		=B\$5	=B\$5	=B\$5	=B\$5
14	Прибуток перед податком		=C10-СУММ(C11:C13)	=D10-СУММ(D11:D13)	=E10-СУММ(E11:E13)	=F10-СУММ(F11:F13)
15	Податок		=C14*\$D\$4	=D14*\$D\$4	=E14*\$D\$4	=F14*\$D\$4
16	Прибуток після податку		=C14-C15	=D14-D15	=E14-E15	=F14-F15
17	Чистий прибуток	=-B2	=C16+C13	=D16+D13	=E16+E13	=F16+F13
19	Чиста наведена вартість	=ЧПС(\$D\$3;C17:F17)+B17				

Рисунок 2.6 – Формули робочого листа «Модель фінансового планування»

Невизначеним фактором розглянутої моделі є попит на нову продукцію. Знаючи величину попиту, за допомогою функції Excel ЧПС() неважко обчислити чисту приведену вартість (ЧПС). Наприклад, якщо припустити, що попит на новий літак щорічно буде становити 10 одиниць, то, як показано на рисунку 2.5, ЧПС складе \$12 455,60.

Неможливо точно прогнозувати попит на 4 роки вперед. Більш реалістичною є модель, де попит не фіксований по роках, а є послідовністю випадкових величин. Можна встановити базовий рівень попиту, наприклад, 10. У такому випадку точні значення попиту по роках будуть випадковими флуктуаціями (тобто випадковими відхиленнями) щодо цього базового рівня.

Припустимо, аналітик вирішив генерувати випадковий попит на 4 роки, щоб побачити, як може змінюватися значення чистої приведеної вартості (ЧПС). Він припустив, що попит може приймати значення 8, 9, 10, 11, 12 з рівними ймовірностями. Це приклад рівномірного дискретного розподілу.

Для цього він у своїй робочій книзі в комірки, що містять значення попиту, увів формулу =ЦІЛЕ(8+5*СЛЧИС()) (формула 2.8), яка буде повертати цілі значення 8, 9, 10, 11 або 12 з рівними ймовірностями (рис. 2.7).

	A	B	C	D	E	F
1	Початкові дані					
2	Початкові витрати	\$ 150 000	Змінні витрати	75% від прибутку		
3	Ціна продажу	\$ 35 000	Вартість капіталу (ставка дисконту)	10% від прибутку		
4	Постійні витрати	\$ 15 000	Ставка податку	34% від прибутку		
5	Амортизація/рік	\$ 10 000				
6			Прибуток/рік	8,0 одиниць	12,0 одиниць	
8	Рік	0	1	2	3	4
9	Попит		9,0 од	12,0 од	12,0 од	11,0 од
10	Дохід		315 000	420 000	420 000	385 000
11	Постійні витрати		\$ 15 000	\$ 15 000	\$ 15 000	\$ 15 000
12	Змінні витрати		236 250	315 000	315 000	288 750
13	Амортизація		\$ 10 000	\$ 10 000	\$ 10 000	\$ 10 000
14	Прибуток перед податком		53 750	80 000	80 000	71 250
15	Податок		18 275	27 200	27 200	24 225
16	Прибуток після податку		35 475	52 800	52 800	47 025
17	Чистий прибуток	-\$ 150 000	45 475	62 800	62 800	57 025
19	Чиста наведена вартість	\$ 29 373,15				

Рисунок 2.7 – Генерування випадкового попиту

Аналітик побудував таблиці підстановки (таблиці даних) за результатами 100 імітацій, описову статистику, гістограму і таблицю частот (рис. 2.8–2.10).

	A	B	C	D	E	F
1	№ ітерації	Значення ЧПС				
2	1	30801,02				
3	2	16360,56				
4	3	-994,81				
5	4	1127,28				
6	5	2515,71				
7	6	31633,29				
8	7	14155,64				
9	8	18100,04				
10	9	14226,64				
11	10	17662,22				
12	11	14112,25				
13	12	33289,94				
14	13	8949,03				
15	14	18100,04				
16	15	-15478,66				
17	16	5943,40				
18	17	16005,57				
19	18	11461,61				
20	19	26383,29				
21	20	26505,57				
22	21	13721,76				
23	22	18143,43				
24	23	7248,99				
25	24	7556,66				
26	25	16356,62				
27	26	-9360,89				
28	27	-9794,77				
29	28	13717,81				

Рисунок 2.8 – Таблиця підстановки

№ ітерації	Значення ЧПС							
1	1	7600,04	Значення ЧПС					
2	2	4566,80						
3	3	16833,89	Середнє	12814,74199	ВИРАХУВАННЯ ТА АНАЛІЗ ЗНАЧЕНЬ ОПИСОВОЇ СТАТИСТИКИ			
4	4	13410,15	Стандартна помилка	1218,775518	Коефіцієнт асиметрії (асиметричність) s			
5	5	24249,37	Медіана	13563,98129	-0,05459195 спостерігається незначний скіс розподілу ліворуч			
6	6	11161,84	Мода	-1988,798579				
7	7	10321,68	Стандартне відхилення	12187,75518	Визначення стандартної помилки асиметрії			
8	8	5548,95	Дисперсія вибірки	148541376,3	0,240	$\sigma_{as} = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}}$		
9	9	5083,52	Екссес	-0,499803716				
10	10	39873,15	Асиметричність	-0,05459195	Оцінка значущості коефіцієнта асиметрії для розподілу NPV			
11	11	30844,41	Інтервал	54917,91886	-0,227 < 3, тобто, асиметрія несуттєва			
12	12	7556,66	Мінімум	-15044,77153				$\frac{s}{\sigma_{as}} < 3$
13	13	-4978,66	Максимум	39873,14733	Величина ексцесу			
14	14	29499,37	Сума	1281474,199	-0,499803716 тобто, графік розподілу NPV трохи пологий по відношенню до графіка і			
15	15	30844,41	Рахунок	100	Визначення стандартної помилки ексцесу			
16	16	25077,69	Найбільший(1)	39873,14733	0,463933859	$\sigma_{ex} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n-1)^2(n+3)(n+4)}}$		
17	17	19350,42	Найменший(1)	-15044,77153				
18	18	16711,61	Рівень надійності (95,0%)	2418,31498	Оцінка значимості величини ексцесу для розподілу NPV			
19	19	25554,97			-1,077316748 < 3, тобто, ексцес незначний			
20	20	13800,65	95% довірчий інтервал					$\frac{e}{\sigma_{ex}} < 3$
21	21	-5889,81	Нижня границя	10425,94	Дисперсія вибірки			
22	22	23389,49	Верхня межа	15203,54	148541376,3			
23	23	4566,80			Стандартне відхилення			
24	24	24178,37			12187,75518			
25	25	8550,65			Інтервал			
26	26	10798,95			54917,91886			
27	27	693,40			Мода			
28	28	1561,16			-1988,798579			
29	29	11150,01						
30	30	13717,81						

Рисунок 2.9 – Зафіксовані значення ЧПС та описова статистика

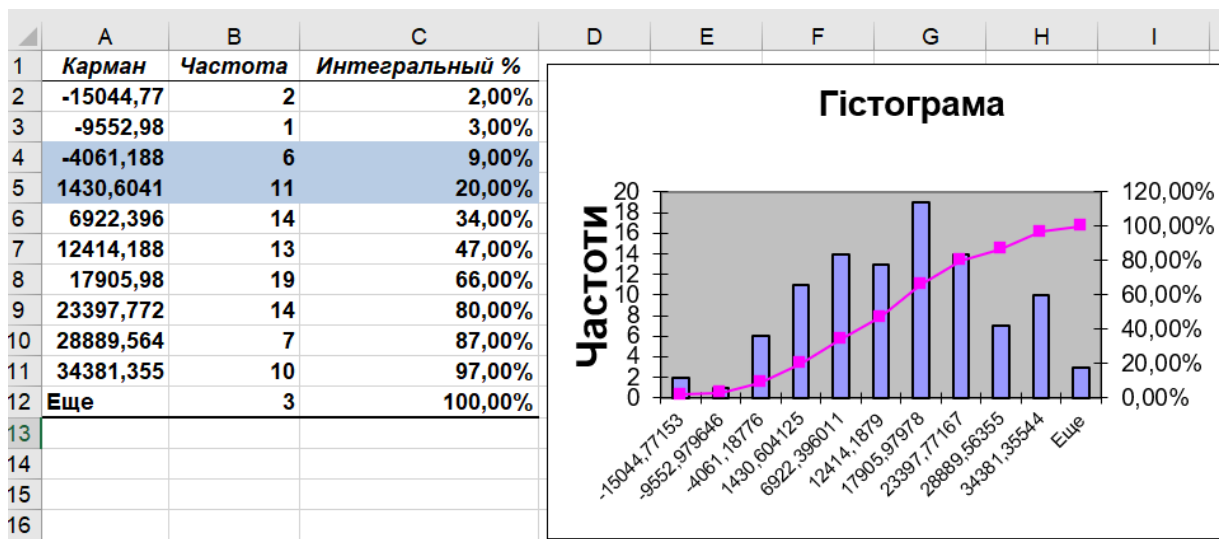


Рисунок 2.10 – Гістограма і таблиця частот

Оскільки функція СЛЧИС() змінює значення, що повертається нею, щораз при перерахуванні робочого листа, то аналітик може легко виконати множинні випробування своєї моделі (тобто задати нові значення для попиту й виконати відповідні обчислення).

Якщо натискати клавішу <F9>, будуть отримані інші величини попиту й відповідно буде отримане інше значення ЧПС. Оскільки в цій моделі попит є випадковою величиною, то ЧПС також є випадковою величиною.

Описова статистика автоматично обчислює найбільш широко використовувані у практичному аналізі характеристики розподілів досліджуваних змінних (у разі – це ЧПС).

Спеціальні діаграми (складені з прямокутників ступінчасті фігури, що називаються *гістограмами*) будуються для згрупованого розподілу частоти, відносної частоти, щільності частоти і щільності відносної частоти. Для побудови гістограми на горизонтальну вісь наносяться класи інтервалів. На кожному класі будується прямокутник, висота якого рівна значенню частоти (або відносної частоти, або щільності частоти, або щільності відносної частоти) на цьому інтервалі [6].

Можна вказати інший рівень надійності, наприклад 98%, введенням відповідного значення в полі *Рівень надійності* діалогового вікна *Описова статистика* (виконати команду *Дані/Аналіз/Аналіз даних*. У діалоговому вікні *Аналіз даних* у списку *Інструменти аналізу* вибрати *Описова статистика*).

Провівши 100 випробувань, аналітик виявив, що ЧПС може приймати негативні значення і зробив наступні висновки.

1. Чим більше проведено випробувань (імітацій), тим більш точні оцінки параметрів моделі можна отримати. Але необхідно пам'ятати, що навіть при дуже великій кількості випробувань отримані оцінки будуть відрізнятися від справжніх значень цих параметрів.

2. Імітація надає корисну інформацію. Навіть відносно невелика кількість випробувань (100 випробувань) показала, що з імовірністю не менш 9% можливі негативні значення ЧПС (тобто втрати замість прибутку). Таку інформацію неможливо (або дуже складно) отримати тільки на основі аналізу моделі.

3. Результати імітаційного моделювання дуже чутливі до вихідних припущень щодо параметрів моделі. Змінивши припущення про тип розподілу попиту, наприклад, замість рівномірного дискретного розподілу застосувавши розподіл Пуассона з тим же середнім 10, можна різко збільшити ймовірність негативних значень ЧПС.

На прикладі моделі фінансового планування імітація використовувалася в ситуації, де треба було відповісти на запитання "так чи ні?" – чи повинен аналітик дати рекомендацію на виробництво нового літака, чи ні. Однак на практиці часто виникає необхідність відповісти на такі запитання, як "скільки,