

УДК 624.014:624.21

# НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН МЕТАЛЕВИХ ГОФРОВАНИХ КОНСТРУКЦІЙ ТРАНСПОРТНИХ СПОРУД

Проведено аналіз методів моделювання металевих гофрованих конструкцій транспортних споруд. Викладено методи заміни гофрованої ізотропної оболонки гладкою ортотропною оболонкою, метод розбиття конструкції сіткою стержневих елементів та метод моделювання металевих гофрованих конструкцій скінченними елементами. Наведено аналітичні залежності для визначення геометричних параметрів металевих гофрованих конструкцій. Проведено розрахунок напружено-деформованого стану металевих гофрованих конструкцій труби методом скінченних елементів у програмному комплексі Plaxis.

The analysis of methods of modeling of a metal corrugated cover of designs of transport constructions is carried out. Methods for replacing a corrugated isotropic shell with a smooth orthotropic shell, a method for breaking a structure with a grid of rod elements, and a method for modeling corrugated metal structures with finite elements are described. Analytical dependences for determination of geometrical parameters of metal corrugated constructions are given. The stress-strain state of corrugated metal structures of the pipe by the finite element method in the Plaxis software package is calculated.

**Ключові слова:** металеві гофровані конструкції, труба, напруження, прогини, ортотропна оболонка, метод скінченних елементів, еквівалентні сили.

**С**поруди з металевих гофрованих конструкцій (далі МГК) мають ряд переваг у порівнянні з аналогічними залізобетонними та бетонними спорудами. Вони потребують мінімальних фінансових витрат, невеликих витрат матеріалів та трудовитрат на будівельному майданчику, що забезпечує прискорення темпів будівництва цих споруд. Швидкість будівництва споруд із МГК у 5–7 разів вища у порівнянні з використанням бетонних конструкцій, а витрати на спорудження об'єктів до 30 % – 40 % є нижчими за аналогічні залізобетонні споруди [1, 2]. Тому металеві гофровані конструкції набули широкого застосування у транспортному будівництві у вигляді малих мостів, водопропускних труб та транспортних тунелів.

**Постановка проблеми.** Основним недоліком споруд із металевих гофрованих конструкцій, при збільшенні поперечних перетинів, залишається низька експлуатаційна надійність, зумовлена різними факторами впливу [3, 4, 5]. До них можна віднести специфіку роботи споруд із МГК, яка визначається характером взаємодії металевої гофрованої оболонки із ґрунтовою засипкою, забезпечення необхідних геометричних параметрів і певних габаритів при обмеженій висоті насипу залізничної колії чи автомобільної дороги. При неякісному ущільненні ґрунтової засипки можуть виникати нерівномірні осідання насипу над металевими гофрованими конструкціями, деформації укріплення укосів насипу та спотворення форми поперечного перерізу споруд із МГК. Втрата форми споруди із МГК негативно позначається на експлуатаційних властивостях залізничних та автомобільних доріг, до складу яких входить споруда, через підвищену динамічну дію рухомих транспортних одиниць.



**А.М. Онищенко**

завідувач кафедри мостів, тунелів та гідротехнічних споруд Національного транспортного університету, д.т.н., доцент



**В.В. Ковальчук**

професор кафедри мостів, тунелів та гідротехнічних споруд Національного транспортного університету, д.т.н., доцент



**О.В. Федоренко**

виконувач обов'язків генерального директора – заступник генерального директора з розвитку виробництва комунальної корпорації «Київавтодор»



**Ю.Є. Ковальчук**

аспірант Національного університету «Львівська політехніка»

Створення та вдосконалення методів розрахунку металевих гофрованих конструкцій у ґрунтовому середовищі та їх впровадження у практику будівництва відбувалось паралельно. У працях [4, 6, 7] зазначено, що більш достовірні результати розрахунків напружено-деформованого стану

металевих гофрованих конструкцій при взаємодії із ґрунтовою засипкою можна отримати за допомогою методу скінченних елементів. Проте не всі програми скінченно-елементного моделювання мають можливість коректного задання геометричних параметрів металевого гофрованого профілю конструкції та граничних умов на поверхні «конструкція–ґрунтова засипка». У зв'язку із цим доводиться задавати еквівалентні фізико-механічні параметри металевого гофрованого листа конструкції. Проте таких досліджень не проведено, що потребує додаткових наукових досліджень із врахуванням дії динамічного навантаження від транспортних засобів.

#### Аналіз останніх досліджень та публікацій.

Одним із відкритих питань залишається пошук методів моделювання металевих гофрованих оболонок конструкції. У світовій практиці є три підходи до моделювання гофрованої оболонки [5, 8, 9]. Перший підхід ґрунтується на заміні гофрованої ізотропної оболонки гладкою ортотропною із перерахунком її фізико-механічних параметрів (рис. 1).

Механічні характеристики ізотропного матеріалу гофрованої оболонки, такі як модуль Юнга  $E$  та коефіцієнт Пуассона  $\nu$  замінюють механічними характеристиками по двох координатах оболонки  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $\nu_x$ ,  $\nu_y$ . Розрахунки проводять за формулами:

$$E_x = E \frac{A_a}{a h}; \quad E_y = E \frac{t^3}{h^3}; \quad \nu_x = \nu; \quad (1)$$

$$\nu_y = \nu \frac{E_y}{E_x}; \quad h = \sqrt{12(1 - \nu_x^2) \frac{I_a}{A_a}},$$

де  $I_a$ ,  $A_a$  – відповідно момент інерції та площа поперечного перерізу конструкції, віднесені до довжини хвилі  $a$  гофри конструкції;  $t$  – висота гофри;  $h$  – товщина ортотропної оболонки;  $R$  – радіус кривини серединної поверхні оболонки (див. рис. 1).

Другий підхід полягає у заміні гофрованої оболонки сіткою стрижневих елементів (рис. 2) із накладанням певних кінематичних умов [9]. Стрижні розташовуються по коловій координаті та вздовж твірної циліндра. Геометричні характеристики поперечних перерізів стрижнів визначаються із наступних співвідношень:

$$A_x = \frac{A_0}{a} a_y; \quad I_x = \frac{I_a}{a} a_y; \quad A_y = \frac{a_x a_y}{R^3} \frac{t^3}{R}; \quad (2)$$

$$I_y = \frac{a_x a_y}{12} r^3.$$

Третій підхід передбачає побудову гофрованої оболонки з її наступним скінченно-елементним розбиттям (рис. 3). Визначення напружено-деформованого стану МГК можна проводити в рамках плоскої та об'ємної математичних моде-

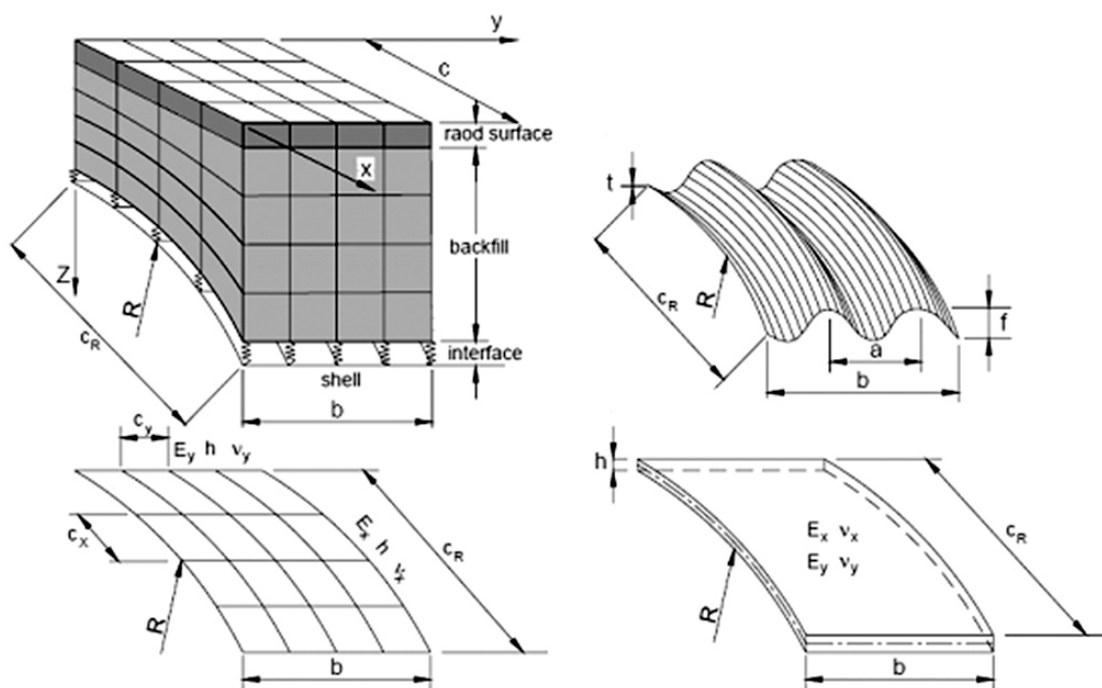


Рис. 1. Задання металевих гофрованих конструкцій двовимірними елементами із заміною гофрованої ізотропної оболонки гладкою ортотропною [8]

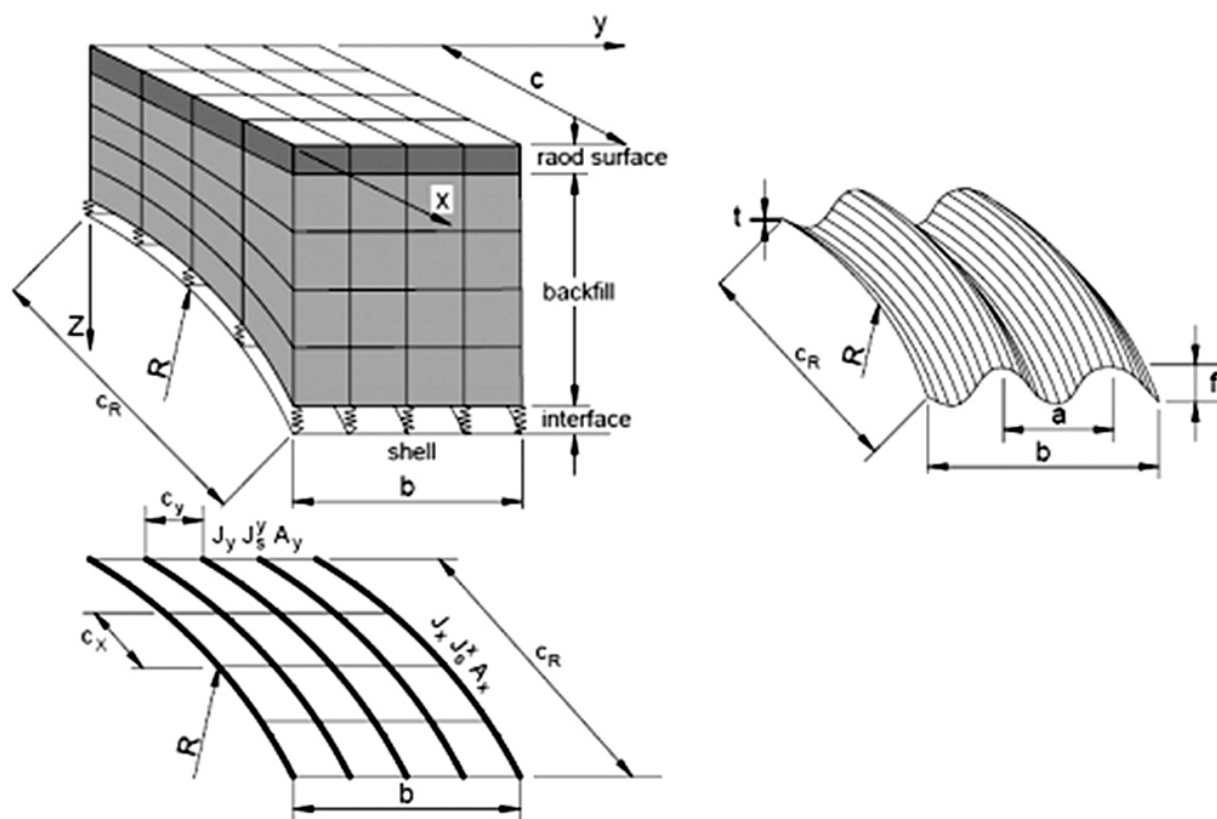


Рис. 2. Задання металевих гофрованих конструкцій сіткою стрижневих елементів [8]

лей задачі [10–14]. У плоскій задачі (див. рис. 1) переріз конструкції моделюється криволінійним стрижнем (одновимірним елементом), а ґрунтова засипка – плоскими елементами. Перевагою такого підходу є швидка підготовка моделі та порівняно невелика кількість скінченних елементів [14]. Недоліком зазначеної моделі є неможливість врахування геометричних параметрів гофр конструкції та ґрунтової ущільнювальної засипки.

Використання тривимірної моделі (рис. 4) дає кращі результати, у порівнянні із двовимірною, стосовно розподілу внутрішніх зусиль у металевій конструкції, однак вимагає для дискретизації об'єкта великої кількості скінченних елементів, а відтак і великих затрат часу для підготовки геометричної моделі задачі [15].

При тривимірному моделюванні металевих гофрованих конструкцій ґрунтову обойму розби-

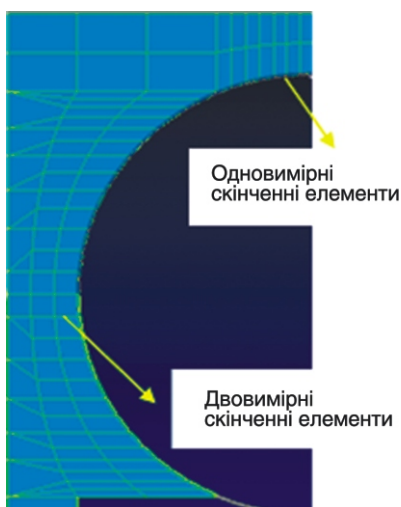


Рис. 3. Плоска скінченно-елементна модель споруди із металевих гофрованих конструкцій

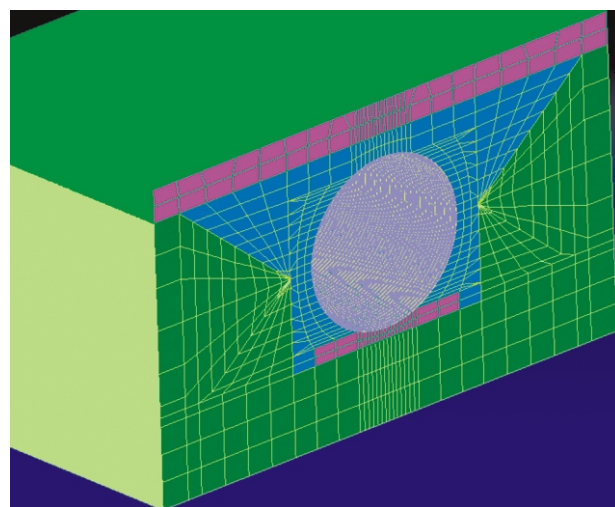


Рис. 4. Тривимірна скінченно-елементна модель споруди із металевих гофрованих конструкцій



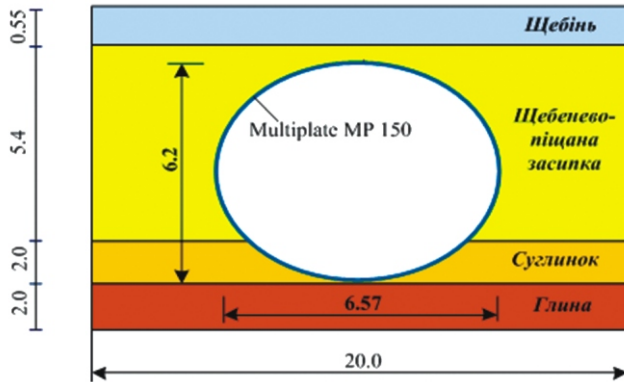


Рис. 5. Геометрична модель труби із металевих гофрованих конструкцій

вають сіткою тривимірних, а металеві конструкції – двовимірними скінченими елементами. Отримані числові результати є найбільш вірогідними і максимально наближені до натурних випробувань. Водночас підготовка моделі вимагає великого обсягу часу, високої кваліфікації дослідника та значних ресурсів обчислювальної техніки [8, 14].

Також слід зазначити, що точність і вірогідність отриманих числових результатів напружено-деформованого стану металевих гофрованих конструкцій залежить від низки факторів, зокрема: розмірності моделі задачі, прийнятих моделей матеріалів ґрунту і конструкції, крайових умов на межі контакту «конструкція–ґрунт», «ґрунт–ґрунт» та на зовнішній поверхні ґрунтової обойми, величини згущеності сітки скінчених елементів, задання достовірних фізичних параметрів ґрунтової засипки і матеріалу конструкції.

У роботі [8] зазначено, що перші два методи заміни гофрованої конструкції ортотропною оболонкою та сіткою стрижневих елементів дають завищені результати напружено-деформованого стану металеві оболонки і у практичних розрахунках застосовуються із певними обмеженнями.

**Напружено-деформований стан металевих гофрованих конструкцій труби.** У дослідженнях прийнято трубу із металевих гофрованих конструкцій, яка експлуатується на 310 км ділянки Вадул–Сирет–Держжордон Львівської залізниці. Довжина труби 12,69 м, вертикальний діаметр 6,2 м, а горизонтальний діаметр 6,57 м (рис. 5). Металеві листи труби виготовлені із гофрованих збірних конструкцій з довжиною хвилі гофри 150 мм, висотою хвилі гофри 50 мм і товщиною металевих листів 6 мм. Фізико-механічні характеристики сталі труби СтЗсп: модуль Юнга –

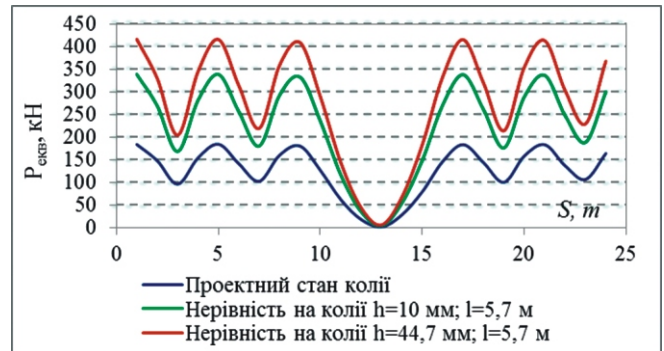


Рис. 6. Варіантний розрахунок величин еквівалентних сил від локомотива 2М62 у залежності від параметрів геометричних нерівностей на колії

$E = 205000$  МПа, коефіцієнт Пуассона –  $\nu = 0,3$ , густина –  $\gamma = 78,5$  кН/м<sup>3</sup>, вага металеві гофри 0,478 кН/м, межа пружності –  $\sigma_{пр} = 210$  МПа та межа плинності –  $\sigma_{п} = 235$  МПа.

Із геологічного розрізу встановлено, що в основі труби залягає глина та суглинок шаром завтовшки по 2,0 м. Ґрунтова засипка виконана із щебенево-піщаної суміші із максимальною крупністю зерен щебеню 50 мм. Над склепінням труби є щебенева засипка завтовшки 0,55 м. Фізико-механічні параметри ґрунтів наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Фізико-механічні параметри ґрунтової ущільнювальної засипки труби із МГК

Фізико-механічні параметри ґрунтів	Щебень над склепінням труби	Щебенево-піщана засипка навколо труби	Суглинок	Глина
Питома вага, кН/м <sup>3</sup>	14,5	22,5	23,0	28,5
Коефіцієнт Пуассона, $\nu$	0,27	0,27	0,27	0,27
Коефіцієнт зчеплення $c$ , кПа	0,1	5	13	30
Кут внутрішнього тертя, $\phi$	43	37	25	17
Кут дилатанції, $\phi_0$	0	1	1	2
$E$ , МПа	150	110	28	16,4

З метою оцінювання несної здатності труби із МГК були проведені дослідження її напружено-деформованого стану із врахуванням динамічного навантаження від рухомого складу залізниці у трьох технічних станах колії. Варіантний розрахунок еквівалентних сил від локомотива 2М62 наведено на рис. 6. Синьою лінією

позначені еквівалентні сили, які виникають при проходженні рухомого складу по колії без нерівності, зеленою – по нерівності, що не вимагає обмеження швидкості руху, та червоною – по експлуатаційній нерівності.

Розрахунок сил тиску рейок на шпали (далі еквівалентні сили) виконано згідно з методикою [16].

Розрахунки еквівалентних сил проведено при модулі пружності підрейкової основи колії, що дорівнює 92,1 МПа. У результаті встановлено, що максимальна величина еквівалентних сил при експлуатаційній нерівності становить 415,4 кН, тоді як при проектному стані колії величина еквівалентних сил становить 180,7 кН, а при нерівності, що не вимагає обмеження швидкості руху, – 333 кН.

Далі за методикою Петерсона обчислюємо величину сил тисків, які припадають на вершину металевих гофрованих конструкцій [17, 18]. Де вертикальний тиск  $p_v$  на глибині  $z$  пружного тіла (вертикально під навантаженням), що спричинений лінійним навантаженням  $p$  на півпросторі, визначається за формулою

$$p_v = \frac{2p}{z}. \quad (3)$$

Результати розрахунку вертикального тиску на склепіння труби із металевих гофрованих конструкцій від локомотива 2М62 при швидкості руху 100 км/год наведено на рис. 7.

Із рис. 7 видно, що вертикальний тиск на трубу розподіляється нерівномірно, що пояснюється триосьовим навантаженням від локомотива 2М62. При цьому величина максимального вертикального тиску на склепіння труби становить 65,56 кПа. Цей тиск далі використовується при моделюванні напружено-деформованого стану металевих гофрованих конструкцій.

Далі наведемо методику визначення геометричних параметрів гофрованого металевого профілю конструкцій із використанням аналітичних залежностей. Згідно із роботами [17, 18] переріз гофрованих металевих листів складається з кругових і прямих ділянок, які характеризуються товщиною листового металу  $t$ , висотою профілю гофри  $h_{corr}$ , довжиною хвилі гофри  $c$ , радіусом кривизни гофри  $R$ , кутом  $\alpha$  і тангенціальною довжиною  $m_t$  (пряма область між хвилями). Розрахункову схему металевого гофрованого листа конструкції із параметрами хвилі гофри 150 50 мм наведено на рис. 8.

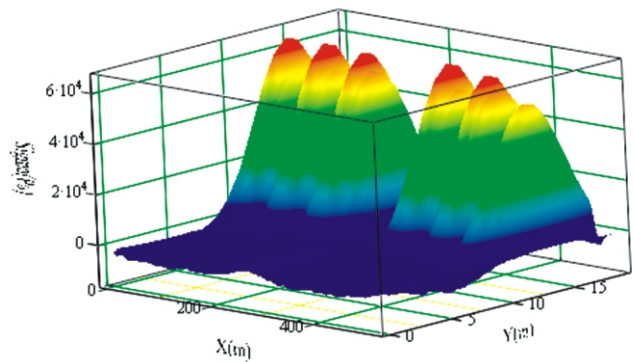


Рис. 7. Розподіл вертикального тиску на склепіння труби із МГК від локомотива 2М62 при швидкості руху 100 км/год

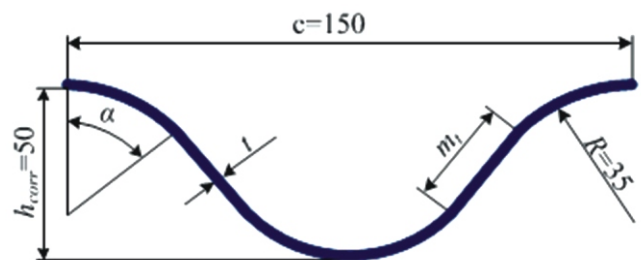


Рис. 8. Розміри гофрованого профілю 150 50 мм [18]

Розрахункові співвідношення для визначення геометричних параметрів гофрованого листа конструкції згідно із працею [18] наступні:

$$\frac{h_{corr}}{c} = \frac{2r(1 - \cos \alpha) + m_t \sin \alpha}{4r \sin \alpha + 2m_t \cos \alpha}. \quad (4)$$

Для гофрованого профілю розміром 150 50 мм ( $c = h_{corr}$ ), який наведено на рис. 8, геометричні параметри  $\alpha$  та  $m_t$  визначаємо за формулами:

$$\alpha = 0,856 + 0,015t; \quad (5)$$

$$m_t = 34,2 - 1,88t; \quad t \leq 7,0. \quad (6)$$

Площу та момент інерції одиниці довжини перерізу профілю гофрованого листа конструкції розраховуємо відповідно за формулами:

$$A = \frac{(4rt + 2m_t t)}{c}; \quad (7)$$

$$I = \frac{r^3 t \frac{\sin 2\alpha}{2} + \frac{2\sin^2 \alpha}{2} + 4rt \frac{h_{corr}}{2} e^2}{c} + \frac{2}{12} \frac{t}{\sin \alpha} (m_t \sin \alpha)^3. \quad (8)$$

Пластичний момент опору згідно з [18] становить:

$$Z = \frac{4 r t \frac{h_{corr}}{2} e \frac{1}{2 \sin} (m_t \sin)^2}{c}, \quad (9)$$

де  $r$  та  $e$  – геометричні параметри гофрованого профілю, які визначаються за формулами:

$$r = R - t/2; \quad (10)$$

$$e = r \left( 1 - \frac{\sin}{2} \right). \quad (11)$$

У даних формулах момент опору та радіус інерції такі:

$$W = \frac{2I}{h_{corr} t}; \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}}. \quad (12)$$

У таблиці 2 наведено геометричні характеристики гофрованого профілю металевої конструкції із параметрами хвиль гофр 150/50 мм у залежності від товщини гофрованого листа конструкції [18].

Таблиця 2

Геометричні характеристики гофрованого профілю 150/50 мм

$t$	$A, \text{мм}^2/\text{мм}$	$I, \text{мм}^4/\text{мм}$	$W, \text{мм}^3/\text{мм}$	$Z, \text{мм}^3/\text{мм}$
2	2,51	777	29,9	39,6
3	3,77	1173	44,3	59,7
4	5,04	1573	58,3	79,9
5	6,3	1978	71,9	100,4
6	7,57	2387	85,2	121
7	8,85	2801	98,3	141,9

Далі на основі наведених геометричних характеристик гофрованого листа конструкції перейдемо до методики визначення еквівалентної товщини поперечного перетину листа конструкції при заміні ізотропної гофрованої оболонки гладкою ортотропною.

У роботах [19, 20] зазначено, що гофровані оболонки можна моделювати використовуючи теорію ортотропних оболонок із заданням еквівалентної товщини оболонки, що дорівнює товщині гофри і меншому модулю пружності, щоб забезпечити дійсне значення осьової жорсткості конструкції  $EI$ . Еквівалентна товщина поперечного перетину оболонки визначається за формулою

$$\bar{t} = \sqrt{12 \frac{I}{A}}, \quad (13)$$

а еквівалентний модуль пружності сталі конструкції обчислюється за формулою

$$\bar{E} = \frac{12I}{\bar{t}^3}, \quad (14)$$

де  $I, A$  – момент інерції та площа одиниці довжини гофрованої оболонки.

Наведені формули дозволяють перейти від гофрованої оболонки до гладкої ортотропної оболонки, що наведено на рис. 9.

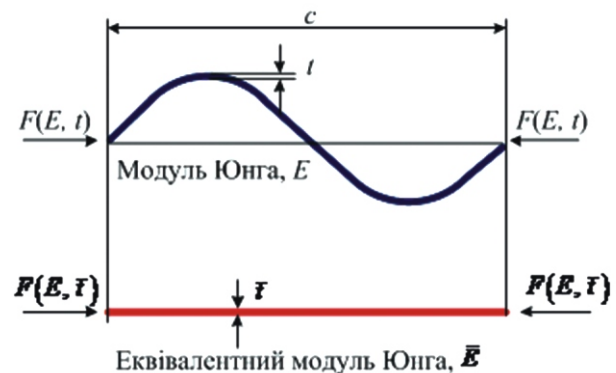


Рис. 9. Поперечний переріз гофрованої оболонки та її еквівалентний переріз [19]

Значення згинальної жорсткості  $EI$  та нормальної жорсткості  $EA$ , що наведені у таблиці 3, знайдено на основі обчислень осьового моменту інерції  $I$  та площі поперечного перетину  $A$  із врахуванням поперечного перетину оболонки.

За формулами (13) та (14) визначаємо відповідно значення еквівалентної товщини та модуля Юнга металевої конструкції. Після цього знаходимо осьовий момент інерції прямокутного поперечного перетину за формулою

$$\bar{I} = \frac{c \bar{t}^3}{12}. \quad (15)$$

Площа поперечного перетину листа конструкції визначається за формулою

$$\bar{A} = c \bar{t}, \quad (16)$$

а момент опору поперечного перетину листа конструкції – за формулою

$$\bar{W} = \frac{c \bar{t}^2}{6}. \quad (17)$$

За формулами (13)–(17) визначаємо еквівалентні геометричні характеристики гофрованого металевого профілю конструкції.

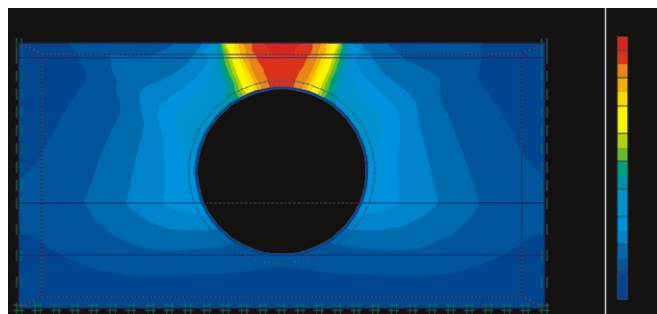


Рис. 10. Розподіл деформацій

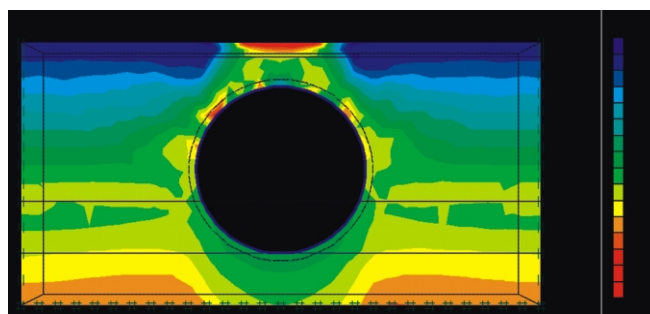


Рис. 11. Розподіл напружень

**Скінченно-елементний розрахунок напружено-деформованого стану металевих гофрованих конструкцій труби.** При скінченно-елементному розрахунку металевих гофрованих конструкцій труби використано стандартні скінченні елементи програми Plaxis. Згущення скінченно-елементної сітки виконували у місцях можливої концентрації напружень та в областях контакту спряжених тіл «грунтова засипка–металева конструкція». Зокрема, поблизу оболонки розміри скінченних елементів вибирали дрібнішими, а решту області розбивали елементами більших розмірів.

При моделюванні труби задля безпеки виникнення пластичних деформацій у металевій оболонці під час розрахунків задавався критерій фон Мізеса. В цьому випадку додатково задано значення межі плинності металу конструкції. Для моделювання ґрунтової засипки використано ідеально пластичну модель типу Мора-Кулона.

У вузлах елементів нижньої частини ґрунтової обійми задані нерухомі шарніри, які унеможливають лінійні переміщення труби із МГК у вертикальному та горизонтальному напрямках, а у вузлах елементів бічних граней введена заборона горизонтальних переміщень.

На рис. 10 наведено результати розрахунку деформацій, що виникають у ґрунтовій засипці труби із МГК.

Максимальні вертикальні деформації ґрунтової засипки виникають у склепінні труби і становлять 43,40 мм, а максимальні горизонтальні – 15,41 мм.

На рис. 11 наведено результати розрахунку напружень у ґрунтовій ущільнювальній засипці. Максимальна величина напружень становить 280,9 кПа.

Результати порівняння значень прогинів та напружень, що виникають у металевій трубі при моделюванні металевих конструкцій гофрою та пластиною еквівалентної товщини, наведено у таблиці 3.

Таблиця 3

**Напружено-деформований стан труби із МГК**

Тип металевої гофрованої конструкції	Прогини, мм	Напруження, МПа
Multiplate MP150 (моделювання пластиною)	41,5	102,95
Multiplate MP150 (моделювання гофрою)	47,1	115,46

Більші за величиною напруження та деформації виникають при моделюванні металевої конструкції гофрованою оболонкою. При заміні металевої гофрованої оболонки гладкою пластиною із визначенням еквівалентної товщини, різниця обчислених значень деформацій складає 13,5 %, а напружень – 10,8 %.

#### Висновки.

1. Згідно з проведеним оцінюванням величин еквівалентних сил, що виникають у процесі динамічної взаємодії рухомого складу та колії, встановлено, що при модулі пружності підрейкової основи 92,1 МПа максимальна величина сил при експлуатаційній нерівності становить 415,4 кН, тоді як при проектному стані колії величина сил становить 180,7 кН, а при нерівності, що не вимагає обмеження швидкості руху, – 333 кН.

2. Результати оцінювання напружено-деформованого стану металевих гофрованих конструкцій показали, що більші за величиною напруження та деформації виникають при моделю-



ванні металевої конструкції гофрованою оболонкою. І так при заміні металевої гофрованої оболонки гладкою пластиною величина деформацій є на 13,5 % вищою, а напружень – на 10,8 %.

3. Метод заміни гофрованої металевої конструкції на гладку пластину із визначенням

еквівалентної товщини поперечного перетину пластини рекомендується для практичного застосування при оцінюванні напружено-деформованого стану металевих гофрованих конструкцій транспортних споруд, таких як труби, малі мости та тунелі.

- [1] Лучко Й.Й. Мости і труби з гофрованих металевих конструкцій та моніторинг ґрунтових основ доріг і споруд: Монографія / Й.Й. Лучко, В.В. Ковальчук, І.Б. Кравець. – Львів: Світ, 2019. – 260 с.
- [2] Лучко Й.Й. Мости, труби і тунелі: За ред. д. т. н., проф. Й.Й. Лучка / Й.Й. Лучко, О.С. Распопов, П.М. Коваль / М-во освіти і науки України; Дніпропетровський нац. ун-т залізнич. транспорту ім. Акад. В. Лазаряна. – Львів: Каменяр, 2014. – 879 с.
- [3] Handbook of steel drainage and highway construction products. Published by Corrugated Steel Pipe Institute. – American Iron and Steel Institute, 2002. – 470 p.
- [4] Стасюк Б.М. Дослідження напружено-деформованого стану металевих гофрованих конструкцій при взаємодії з ґрунтом засипки / Б.М. Стасюк, В.З. Станкевич, В.В. Ковальчук, Й.Й. Лучко // Збірник наук. праць Дніпропетровського нац. ун-ту залізнич. транспорту ім. акад. В. Лазаряна «Мости і тунелі: Теорія, дослідження, практика». – Дніпропетровськ, 2014. – Вип. 5. – С. 105–111.
- [5] Mechelski Czeslaw. Modelowanie mostowych konstrukcji gruntowo-powlokowych. – Wrocław, 2008. – 205 s.
- [6] Ковальчук В.В. Скінченно-елементний розрахунок напружено-деформованого стану металевих гофрованих конструкцій при взаємодії із ґрунтом засипки у програмному середовищі NX NASTRAN // Вісник Львівського національного аграрного університету. – Львів, 2015. – № 16. – С. 19–25.
- [7] Лучко Й.Й. Методи оцінки напружено-деформованого стану металевих гофрованих конструкцій / Й.Й. Лучко, Ю.Є. Ковальчук, І.Б. Кравець // Збірник наук. праць Дніпропетровського нац. ун-ту залізнич. транспорту ім. акад. В. Лазаряна «Мости і тунелі: Теорія, дослідження, практика». – Дніпропетровськ, 2017. – № 11 – С. 30–41.
- [8] Machelski Czeslaw. Influence of live load on the soil-steel bridge / Studia Geotechnica et Mechanica. – Vol. XXVI. – No. 3–4, 2004. – p. 92–119.
- [9] Ковальчук В.В. Основні засади розрахунку металевих гофрованих конструкцій методом скінчених елементів при взаємодії з ґрунтовою засипкою / В.В. Ковальчук // Вісник ОДАБА. – Одеса, 2014. – Випуск № 56. – С. 94–102.
- [10] Beben D. Problemy projektowe i wykonawcze związane z ґруntowo-stalowymi obiektami mostowymi // Geoinżynieria. Drogi, Mosty, Tunele / D. Beben, Z. Manko. – 2009. – Nr 1.
- [11] Wysokowski Adam. Przepusty w infrastrukturze komunikacyjnej. – Cz. 8 / Adam Wysokowski, Jerzy Howis // Metody obliczen konstrukcji przepustow. Cz. II. Tradycyjne metody obliczen. – Nowoczesne Budownictwo Inżynieryjne, Maj-Czerwiec, 2010. – P. 96-103.
- [12] Метод конечных элементов в проектировании транспортных сооружений / А.С. Городецкий, В.И. Зоворицкий, А.И. Лантух-Лященко, А.О. Рассказов. – М.: Транспорт, 1981. – 143 с.
- [13] Wysokowski A. Przepusty w infrastrukturze komunikacyjnej: Metody obliczen konstrukcji przepustow. – Cz. III. Nowe metody obliczen / A. Wysokowski, J. Howis. – 2010. – Nr 3 (30). – S. 72–81.
- [14] Wysokowski A. Metody obliczen konstrukcji przepustow / A. Wysokowski, J. Howis // Cz. IV: Obliczenia przepustow metoda elementow skonczonej (MES) / Przepusty w infrastrukturze komunikacyjnej. – Cz. 10. Artykul wprowadzajacy. «Nowoczesne Budownictwo Inzynieryjne. – 2011. – Nr 2 (17). – S. 54–57.
- [15] Kovalchuk V. Study of the stressstrain state in defective railway reinforcedconcrete pipes restored with corrugated metal structures / V. Kovalchuk, R. Markul, A. Pentsak, B. Parneta, O. Gajda, S. Braichenko // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – Kharkov. – 5/1 (89), 2017. – P. 37–44. doi:10.15587/1729-4061.2017.109611.
- [16] Даниленко Е.І. Правила розрахунків залізничної колії на міцність і стійкість (ЦП/0117) / Е.І. Даниленко, В.В. Рибкін; Затверджено наказом Укрзалізниці від 13. 12. 2004 р. № 960 ЦЗ. – Київ: Транспорт України, 2006. – 168 с.
- [17] Pettersson L. Fatigue design of soil steel composite bridges / L. Pettersson, J. Leander, L. Hansing // Archives of institute of civil engineering. – 2002. – Nr. 12. – S. 237–242.
- [18] Pettersson L. Design of soil steel composite bridges / Lars Pettersson, Hakan Sundquist. – Structural Desing and Bridges, Stockholm 2007. – 98 p.
- [19] El-Sawy K.M. Three-dimensional modeling of soil-steel culverts under the effect of truckloads. – Thin-Walled Structures, 2003. – No. 41. – P. 747–768.
- [20] Damian Beben. Numerical study of performance of soil-steel bridge during soil backfilling / Structural Engineering and Mechanics. – Vol. 42. – No. 4 (2012). – 571-587. DOI: 10.12989/sem.2012.42.4.571.

Надійшла 22.02.2021 р.

